四庫全書

子部

欽定四庫全書

子部

御製數理精蘊下編卷三十八

詳校官欽天監靈臺郎臣司廷幹

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官檢討臣何思鈞

校對官教習臣倪廷梅

謄録監生臣趙選

繪圖監生臣周濬

欽定四庫全書

御製數理精蘊下編卷三十八

末部八

對數比例

對數比例

對數比例乃西士若往訥白爾所作以借數與真數對列成表故名對數表又有恩利格巴理知斯者復加增修行之數十年始至中國其法以加代乘以減代除以加倍代自乘故折半即開平方以三因代再乘故三歸即開立方推之至於諸乘方莫不皆以假數相求而得真數蓋為乘除之數甚繁而以假數代之甚易也其立數之原起於連比例蓋比例四率二率與三率相乘一率除之得四率而遞加遞減之四

數第二數第三數相加減第一數則得第四數作者有見於此故設假數以加減代乘除之用此表之所以立也然連比例之大者莫如十百千萬盖一與十十與百百與千千與萬萬與十萬其數皆為一而遞進一位取其整齊而無奇零也一為數之始以之乘除數皆不變故一之假數定為○而十之假數定為一百之假數定為二千之假數定為三萬之假數定為四十萬之假數定為五推之百千萬億皆遞加一數此對數之大綱也其間之零數則用中比例累求

而得以首率末率兩真數相乘開方即得中率之真
數以首率末率兩假數相加折半即得中率之假數
又法用遞乘而得以真數遞次相乘其乘得之位數
即所得之假數此二法者理雖易明而數則甚繁也
又有遞次開方一法以真數遞次開方假數遞次折
半至於數十次使彼此皆可為比例而假數由之而
生又有相較之一法省開方之多次尤為甚捷至於
他數之可以乘除得者如二與三相乘而得六則以
二之假數與三之假數相加即為六之假數又以二

除十而得五則以二之假數與十之假數相減即為五之假數之類其不由乘除而得者則又以累乘累除之法求之此對數之細目也今為推其理考其數先詳作表之原次明用表之法使學者知作者之難而用之甚易甚勿以易而忘其難也

明對數之原之一

凡真數連比例四率任對設遞加遞減之較相等之四假數其第二率相對之假數與第三率相對之假數相加內減第一率相對之假數即得第四率相對之假數若減第四率相對之假數即得第一率相對之假數

假	真
一	二
二	四
三	八
四	一六

如二四八十六連比例四率任對設二之假數為一四之假數為二八之假數為三十六之假數為四其遞加遞減之

假	真
一	二
二	四
三	八
四	一六

假	真
三	二
五	四
七	八
九	一六

數皆為一以二乘四相對之假數二與三乘八相對之假數三相加得五內減一乘二相對之假數一即得四乘十六相對之假數四若減四乘十六相對之假數四即得一乘二相對之假數一或以二之假數為三四之假數為五八之假數為七十六之假數為九其遞加遞減之數皆為二以二乘四相對之假數五與三乘八相對之假數七相加內減

一率二相對之假數三即得四率十六
相對之假數九若減四率十六相對之
假數九即得一率二相對之假數三

明對數之原之二

凡眞數連比例三率任對設遞加遞減之較相等之
三假數其中率相對之假數倍之內減首率相對
之假數即得末率相對之假數若減末率相對之
假數即得首率相對之假數

如一三九連比例三率任對設一之假

真	假
一	四
三	五
九	六

真	假
一	八
三	五
九	二

數為四三之假數為五九之假數為六其遞加遞減之數皆為一以中率三相對之假數五倍之得十內減首率一相對之假數四即得末率九相對之假數六若減末率九相對之假數六即得首率一相對之假數四或以一之假數為八三之假數為五九之假數為二其遞加遞減之數皆為三以中率三相對之假數五倍之內減首率一相對之假數

八即得末率九相對之假數二若減末率九相對之假數二即得首率一相對之假數八

明對數之原之三

凡眞數連比例幾率任對設遞加遞減之較相等之假數其中隔位取比例四率其第二率相對之假數與第三率相對之假數相加內減第一率相對之假數亦得第四率相對之假數若減第四率相對之假數亦得第一率相對之假數

假	真
一	二
二	四
三	八
四	一六
五	三二
六	六四
七	一二八
八	二五六

如二四八十六三十二六十四一百二十八二百五十六連比例幾率任對設二之假數為一四之假數為二八之假數為三十六之假數為四三十二之假數為五六十四之假數為六一百二十八之假數為七二百五十六之假數為八其遞加遞減之數皆為一任取四八六十四一百二十八之四率以二率八相對之假數三與三率六十四相對之

假	真
一	二
二	四
三	八
四	一六
五	三二
六	六四
七	一二八
八	二五六

假數六相加得九內減一率四相對之

假數二即得四率一百二十八相對之

假數七若減四率一百二十八相對之

假數七即得一率四相對之假數二

明對數之綱之一

凡假數皆可隨意而定然一之假數必定為○方與眞數相應而眞數連比例率十百千萬皆為一但遞進一位則其假數亦皆遞加一數

假	眞
○	一
一	一○
二	一○○
三	一○○○
四	一○○○○
五	一○○○○○
六	一○○○○○○
七	一○○○○○○○
八	一○○○○○○○○

蓋乘除之數始於一故一不用乘亦不用除而加減之數始於○故○無可加亦無可減也假數既以加減代乘除故一之假數必定為○而一與十十與百百與千千與萬萬與十萬皆為加十倍

假	真
〇	一
一	一〇
二	一〇〇
三	一〇〇〇
四	一〇〇〇〇
五	一〇〇〇〇〇
六	一〇〇〇〇〇〇
七	一〇〇〇〇〇〇〇
八	一〇〇〇〇〇〇〇〇

之相連比例率然其數皆為一但遞進一位故一之假數定為〇者十之假數即定為一百之假數即定為二千之假數即定為三萬之假數即定為四十萬之假數即定為五百萬之假數即定為六千萬之假數即定為七億之假數即定為八亦皆遞加一數而假數即與位數相同試以一百與一千相乘得十萬為進二位以一百相對之假數二與一

假	真
〇	一
一	一〇
二	一〇〇
三	一〇〇〇
四	一〇〇〇〇
五	一〇〇〇〇〇
六	一〇〇〇〇〇〇
七	一〇〇〇〇〇〇〇
八	一〇〇〇〇〇〇〇〇

千相對之假數三相加即得十萬相對之假數五亦為加二數也以一十除一千得一百為退一位以一十相對之假數一與一千相對之假數三相減即得一百相對之假數二亦為減一數也如或以十之假數定為二百之假數定為四千之假數定為六是為遞加二數未嘗不可然真數進一位者假數則加二數即不得與位數相同矣

明對數之綱之二

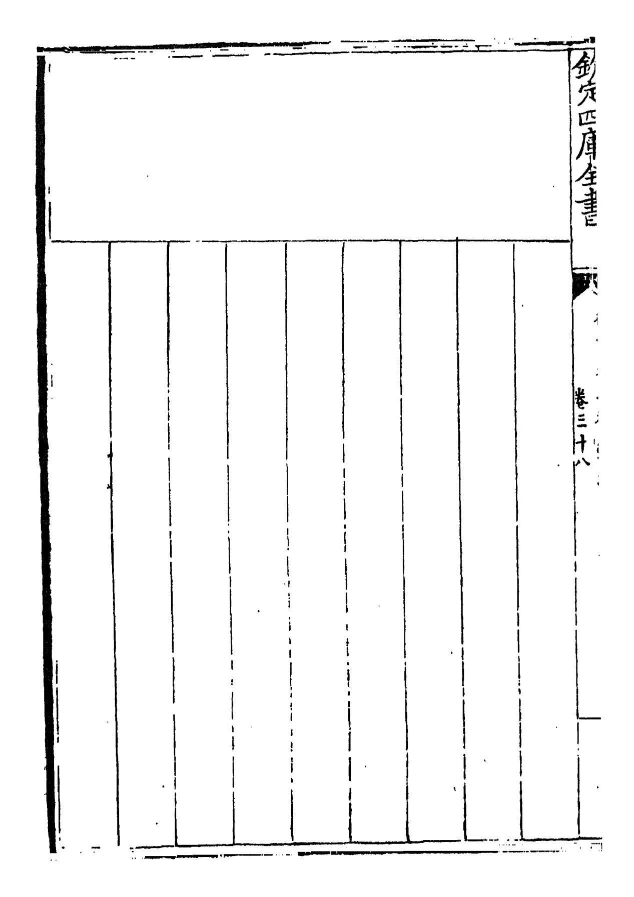
凡眞數不同而位數同者其假數雖不同而首位必同眞數相同而遞進幾位者其假數首位必遞加幾數而次位以後却相同

如自一至九眞數皆爲單位則假數首位皆爲○故二之假數爲○三○一○二九九五七三之假數爲○四七七一二一二五四七四之假數爲○六○二○五九九九一三五之假數爲○六

真	假
二	○三○一○二九九九五七
三	○四七七一二一二五四七
四	○六○二○五九九九一三
五	○六九八九七○○○四三
六	○七七八一五一二五○四

真	假
一一	一〇四一三九二六八五二
一一〇	二〇四一三九二六八五二
一一〇〇	三〇四一三九二六八五二
一一〇〇〇	四〇四一三九二六八五二
一一〇〇〇〇	五〇四一三九二六八五二

九八九七〇〇〇四三六之假數為〇七七八一五一二五〇四首位以後零數遞增至十則首位皆為一至百則首位皆為二至千則首位皆為三至萬則首位皆為四至十萬則首位皆為五如一十一一百一十一千一百一萬一千一十一萬雖遞進一位而其數皆為一一故其假數首位雖遞加一數而次位以後皆同為〇四一三九二六八五二



明對數之目用中比例求假數法之一

凡連比例率以首率末率兩眞數相乘開方即得中率之眞數以首率末率兩假數相加折半即得中率之假數

真	假
一〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一〇〇	二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇	三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

如一十為首率一百為中率一千為末率以首率一十與末率一千相乘開平方得一百為中率以首率一十之假數一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇與末率一千之假數三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

真	假
一〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一〇〇	二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇	三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

相加折半得二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇即中率一百之假數益首率末率相乘與中率自乘之數等以首率末率兩假數相加即與中率之假數加倍之數等故折半為中率之假數也

明對數之目用中比例求假數法之二

凡十百千萬之假數既定而欲求其間零數之假數則以前後相近之兩數一為首率一為末率求得中率之真數並求得中率之假數累次比例使中

率恰得所求之眞數其假數即為所求之假數

第一次	眞	假
	一○○○○○○○	○○○○○○○○○○○
	三一六二二七七七	○五○○○○○○○○○
	一○○○○○○○○	一○○○○○○○○○○

如求九之假數因九在一與十之間則以一為首率十為末率相乘開方得三一六二二七七七為第一次之中率即以首率一之假數○○○○○○○○○○○與末率十之假數一○○○○○○○○○○相加折半得○五○○○○○○○○○為第一次中率之假數此所得之中率較之首率去九為近

	真	假
二次	三一六二二七七七	〇五〇〇〇〇〇〇〇〇〇
	五六二三四一三二	〇七五〇〇〇〇〇〇〇〇
	一〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三次	五六二三四一三二	〇七五〇〇〇〇〇〇〇〇
	七四九八九四二一	〇八七五〇〇〇〇〇〇〇
	一〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

故以所得之中率復為首率十為末率相乘開方得五六二三四一三二為第二次之中率即以第二次之首率末率兩假數相加折半得〇七五〇〇〇〇〇〇〇〇為第二次中率之假數又以第二次所得之中率復為首率十為末率相乘開方得七四九八九四二一為第三次之中率即以第三次之首率末率兩假數相加折半得〇八七五〇〇

	真	假
四次	七四九八九四二一 八六五九六四三二 一〇〇〇〇〇〇〇〇	〇八七五〇〇〇〇〇〇〇 〇九三七五〇〇〇〇〇〇 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
五次	八六五九六四三二 九三〇五七二〇四 一〇〇〇〇〇〇〇〇	〇九三七五〇〇〇〇〇〇 〇九六八七五〇〇〇〇〇 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

〇〇〇〇〇爲第三次中率之假數又以第三次所得之中率復爲首率十爲末率相乘開方得八六五九六四三二爲第四次之中率即以第四次之首率末率兩假數相加折半得〇九三七五〇〇〇〇〇〇爲第四次中率之假數又以第四次所得之中率復爲首率十爲末率相乘開方得九三〇五七二〇四爲第五次之中率即以第五次之首

	真	假
五次	八六五九六四三二 九三〇五七二〇四 一〇〇〇〇〇〇〇〇	〇九三七五〇〇〇〇〇〇 〇九六八七五〇〇〇〇〇 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
六次	八六五九六四三二 八九七六八七一三 九三〇五七二〇四	〇九三七五〇〇〇〇〇〇 〇九五三一二五〇〇〇〇 〇九六八七五〇〇〇〇〇
七次	八九七六八七一三 九一三九八一七〇 九三〇五七二〇四	〇九五三一二五〇〇〇〇 〇九六〇九三七五〇〇〇 〇九六八七五〇〇〇〇〇

率末率兩假數相加折半得〇九六八七五〇〇〇〇〇為第五次中率之假數此所得之中率較之末率去九為近故以第五次所得之中率復為末率仍以第五次之首率為首率相乘開方得八九七六八七一三為第六次之中率即以第六次首率末率兩假數相加折半得〇九五三一二五〇〇〇〇為第六次中率之假數由此遞推去九漸近

	真	假
八次	八九七六八七一三 九○一七九七七七 九一三九八一七○	○九五三一二五○○○○ ○九五七○三一二五○○ ○九六○九三七五○○○
九次	九○一七九七七七 九○一七三三三三 八九七六八七一三	○九五七○三一二五○○ ○九五五○七八一二五○ ○九五三一二五○○○○
十次	八九七六八七一三 八九九七○七九六 九○一七三三三三	○九五三一二五○○○○ ○九五四一○一五六二五 ○九五五○七八一二五○

而即以相近之兩率比例相求得第七次之中率為九一三九八一七○其假數為○九六○九三七五○○○第八次之中率為九○一七九七七七其假數為○九五七○三一二五○○第九次之中率為九○一七三三三三其假數為○九五五○七八一二五○第十次之中率為八九九七○七九六其假數為○九五四一○一五六二五第十

	真	假
十一次	八九九七〇七九六 九〇〇七二〇〇八 九〇一七三三三三	〇九五四一〇一五六二五 〇九五四五八九八四三七 〇九五五〇七八一三五〇
十二次	八九九七〇七九六 九〇〇二一三八八 九〇〇七二〇〇八	〇九五四一〇一五六二五 〇九五四三四五七〇三一 〇九五四五八九八四三七
十三次	八九九七〇七九六 八九九九六〇八八 九〇〇二一三八八	〇九五四一〇一五六二五 〇九五四二二三六三二八 〇九五四三四五七〇三一
十四次	八九九九六〇八八 九〇〇〇八七三七 九〇〇二一三八八	〇九五四二二三六三二八 〇九五四二八四六六七九 〇九五四三四五七〇三一
十五次	八九九九六〇八八 九〇〇〇二四一三 九〇〇〇八七三七	〇九五四二二三六三二八 〇九五四二五四一五〇二 〇九五四二八四六六七九

一次之中率為九〇〇七二〇〇八其假數為〇九五四五八九八四三七第十二次之中率為九〇〇二一三八八其假數為〇九五四三四五七〇三一第十三次之中率為八九九九六〇八八其假數為〇九五四二二三六三二八第十四次之中率為九〇〇〇八七三七其假數為〇九五四二八四六六七九第十五次之中率為九〇〇〇二

	真	假
十六次	八九九九六○八八 八九九九九二五○ 九○○○二四一二	○九五四二二三六三二八 ○九五四二三八八九一五 ○九五四二五四一五○三
十七次	八九九九九二五○ 九○○○○八二一 九○○○二四一二	○九五四二三八八九一五 ○九五四二四六五二○九 ○九五四二五四一五○三
十八次	八九九九九二五○ 九○○○○○四一 九○○○○八二一	○九五四二三八八九一五 ○九五四二四二七○六二 ○九五四二四六五二○九
十九次	八九九九九二五○ 八九九九九六五○ 九○○○○○四一	○九五四二三八八九一五 ○九五四二四○七九八九 ○九五四二四二七○六二

四一二其假數為○九五四二五四一五○三第十六次之中率為八九九九九二五○其假數為○九五四二三八八九一五第十六次之中率為九○○○○八二一其假數為○九五四二四六五二○九第十八次之中率為九○○○○○四一其假數為○九五四二四二七○六二第十九次之中率為八九九九九六五○其假數為○九五四

	真	假
二十次	八九九九九六五〇 八九九九九八四五 九〇〇〇〇〇四一	〇九五四二四〇七九八九 〇九五四二四一七五二六 〇九五四二四二七〇六二
二十一次	八九九九九八四五 八九九九九九四三 九〇〇〇〇〇四一	〇九五四二四一七五二六 〇九五四二四二二二九四 〇九五四二四二七〇六二
二十二次	八九九九九九四三 八九九九九九九二 九〇〇〇〇〇四一	〇九五四二四二二二九四 〇九五四二四二四六七八 〇九五四二四二七〇六二
二十三次	八九九九九九九二 九〇〇〇〇〇一六 九〇〇〇〇〇四一	〇九五四二四二四六七八 〇九五四二四二五八七〇 〇九五四二四二七〇六二

二四〇七九八九第二十次之中率為八九九九九八四五其假數為〇九五四二四一七五二六第二十一次之中率為八九九九九九四三其假數為〇九五四二四二二二九四第二十二次之中率為八九九九九九九二其假數為〇九五四二四二四六七八第二十三次之中率為九〇〇〇〇〇一六其假數為〇九五四二四二五八七〇第

	真	假
二十四次	八九九九九九九二 九〇〇〇〇〇〇四 九〇〇〇〇〇一六	〇九五四二四二四六七八 〇九五四二四二五二七四 〇九五四二四二五八七〇
二十五次	八九九九九九九二 八九九九九九九八 九〇〇〇〇〇〇四	〇九五四二四二四六七八 〇九五四二四二四九七六 〇九五四二四二五二七四
二十六次	八九九九九九九八 九〇〇〇〇〇〇〇 九〇〇〇〇〇〇四	〇九五四二四二四九七六 〇九五四二四二五一二五 〇九五四二四二五二七四

二十四次之中率為九〇〇〇〇〇〇四其假數為〇九五四二四二五二七四第二十五次之中率為八九九九九九九九八其假數為〇九五四二四二四九七六至第二十六次之中率則恰得九〇〇〇〇〇〇〇其假數為〇九五四二四二五一二五即所求之假數也然所得中率雖為九而七空位之後尚有奇零故所得之假數猶為稍大故開

方之位數愈多則所得之假數愈密也

明對數之目用遞次自乘求假數法之一

凡連比例率之自小而大者以第一率之眞數遞次自乘即得加倍各率之眞數以第一率之假數遞次加倍即得加倍各率之假數而以各率之假數按率除之即得第一率之假數

率	眞	假
一	二	○三○一○二九九九五七
二	四	○六○二○五九九九一三
四	一六	一二○四一一九九八二六

如以二為連比例第一率其假數為○三○一○二九九九五七以第一率之眞數二自乘得四為第二率之眞數以第一率之假數○三○一○二九九九

率	真	假
一	二	〇三〇一〇二九九九五七
二	四	〇六〇二〇五九九九一三
四	一六	一二〇四一一九九八二六

五七加倍得〇六〇二〇五九九九一三為第二率之假數而以第二率之假數用二除之即得第一率之假數又以第二率之真數四自乘得十六為第四率之真數以第二率之假數〇六〇二〇五九九九一三加倍得一二〇四一一九九八二六為第四率之假數而以第四率之假數用四除之即得第一率之假數也

明對數之目用遞次自乘求假數法之二

凡連比例率自小而大者其假數之首位既因眞數之位數而遞加故求假數者以所求之眞數為連比例第一率遞次自乘即得加倍各率之眞數以第一率假數之首位遞次加倍即得加倍各率之假數而眞數自乘又進一位者則假數加倍後又加一數而以各率之假數按次除之即得所求第一率之假數

如求二之假數則以二為連比例第一

率	真	假
一	二	○
二	四	○
四	一六	一
八	二五六	二
一六	六五五三六	四
三二	四二九四九六七二九六	九

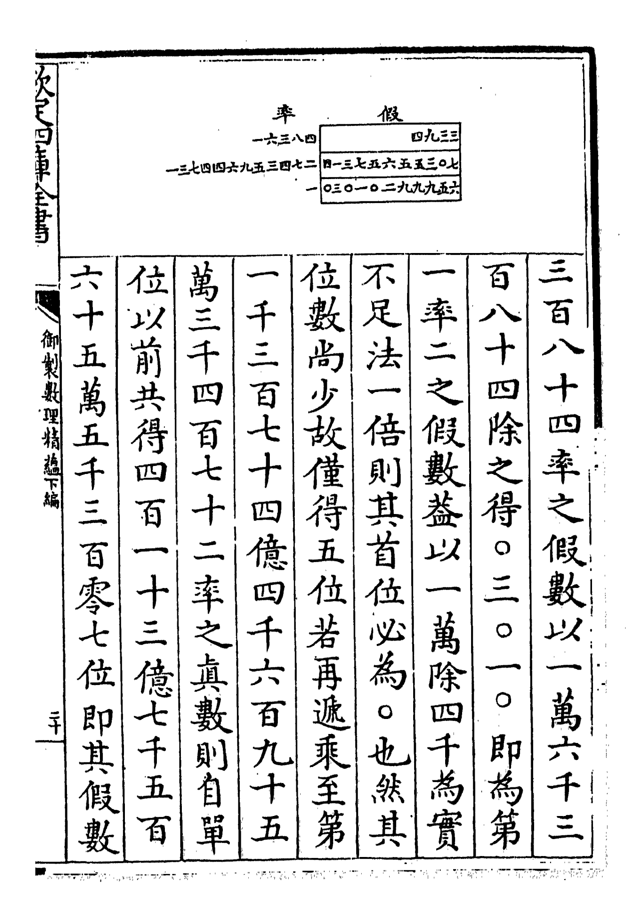
率是為單位故傍紀○即第二率之假數首位為○也又以第一率之真數二自乘得四為第二率之真數仍為單位故傍亦紀○即第二率之假數首位亦為○也又以第二率之真數四自乘得十六為第四率之真數是為進前一位故傍紀一即第四率之假數首位為一也又以第四率之真數十六自乘得二百五十六為第八率之真數以第四率

率	真	假
一	二	○
二	四	○
四	一六	一
八	二五六	二
一六	六五五三六	四
三二	四二九四九六七二九六	九

之假數一倍之得二是為進前二位故傍紀二即第八率之假數首位為二也又以第八率之眞數二百五十六自乘得六萬五千五百三十六為第十六率之眞數以第八率之假數二倍之得四是為進前四位故傍紀四即第十六率之假數首位為四也又以第十六率之眞數六萬五千五百三十六自乘得四十二億九千四百九十六萬七千二百

率	真	假
一	二	○
二	四	○
四	一六	一
八	二五六	二
一六	六五五三六	四
三二	四二九四九六七二九六	九

九十六為第三十二率之真數以第十六率之假數四倍之得八又因第十六率真數自乘所得首位乃逢十又進一位之數故將假數加倍所得之八又加一得九是為進前九位故傍紀九即第三十二率之假數首位為九也由此遞乘至第一萬六千三百八十四率之真數則自單位以前共得四千九百三十二位故傍紀四九三二為第一萬六千



率	假
一六三八四	四九三三
一三七四四六九五三四七二	四一三七五六五五三〇七
一	〇三〇一〇二九九九五六

三百八十四率之假數以一萬六千三百八十四除之得〇三〇一〇即為第一率二之假數葢以一萬除四千為實不足法一倍則其首位必為〇也然其位數尚少故僅得五位若再遞乘至第一千三百七十四億四千六百九十五萬三千四百七十二率之眞數則自單位以前共得四百一十三億七千五百六十五萬五千三百零七位即其假數

率	假
一六三八四	四九三二
一三七四四六九五三四七二	四一三七五六五五三〇七
一	〇三〇一〇二九九九五六

為四一三七五六五五三〇七以率數除之得〇三〇一〇二九九九五六六即為第一率二之假數也此法葢因眞數進一位則假數首位加一數令遞乘所得之眞數既得若干位則其假數首位必加若干數乃以首位為單位遞進向前者也而連比例各率之假數以率數除之即得第一率之假數故以率數除之所得第一率之假數為首位以後

之零數也

明對數之目用遞次開方求假數法之一

凡連比例率之自大而小者以第一率之眞數遞次開方即得加倍各率之眞數以第一率之假數遞次折半即得加倍各率之假數而以各率之假數按率乘之即得第一率之假數

率	眞	假
一	二五六	二四〇八二三九九六五三
二	一六	一二〇四一一九九八二六
四	四	〇六〇二〇五九九一三

如以二百五十六為連比例第一率其假數為二四〇八二三九九六五三以第一率之眞數二百五十六開方得十六為第二率之眞數以第一率之假數

率	真	假
一	二五六	二四〇八二三九九六五三
二	一六	一二〇四一一九九八二六
四	四	〇六〇二〇五九九九一三

二四〇八二三九九六五三折半得一二〇四一一九九八二六為第二率之假數而以第二率之假數用二乘之即得第一率之假數又以第二率之真數十六開方得四為第四率之真數以第二率之假數一二〇四一一九九八二六折半得〇六〇二〇五九九九一三為第四率之假數而以第四率之假數用四乘之即得第一率之假數

二	一
四	二
八	三
一六	四
三二	五
六四	六
一二八	七
二五六	八
五一二	九
一〇二四	一〇

明對數之目用遞次開方求假數法之三

凡遞次開方率皆用二倍益眞數開方假數折半而折半即二歸故遞次折半之假數以遞次加倍之率數乘之即得第一率之假數

如原數為第一率加倍得二為第一次開方之率數蓋折半即二歸以二歸者復用二乘必仍得原數也又加倍得四為第二次開方之率數蓋折半二次即四歸以四歸者復用四乘必亦得原數也遞次加倍則第三次之率為八第四次之率為十六

次	率
一	二
二	四
三	八
四	一六
五	三二
六	六四
七	一二八
八	二五六
九	五一二
一〇	一〇二四

次	率
一一	二〇四八
一二	四〇九六
一三	八一九二
一四	一六三八四
一五	三二七六八
一六	六五五三六
一七	一三一〇七二
一八	二六二一四四
一九	五二四二八八
二〇	一〇四八五七六

次	率
二一	二〇九七一五二
二二	四一九四三〇四
二三	八三八八六〇八
二四	一六七七七二一六
二五	三三五五四四三二
二六	六七一〇八八六四
二七	一三四二一七七二八
二八	二六八四三五四五六
二九	五三六八七〇九一二
三〇	一〇七三七四一八二四

第五次之率為三十二第六次之率為六十四第七次之率為一百二十八第八次之率為二百五十六第九次之率為五百一十二第十次之率為一千零二十四第二十次之率為一百零四萬八千五百七十六第三十次之率為十億七千三百七十四萬一千八百二十四第四十次之率為一兆零九百九十五億一千一百六十二萬七千七百七

三一	二一四七四八三六四八
三二	四二九四九六七二九六
三三	八五八九九三四五九二
三四	一七一七九八六九一八四
三五	三四三五九七三八三六八
三六	六八七一九四七六七三六
三七	一三七四三八九五三四七二
三八	二七四八七七九〇六九四四
三九	五四九七五五八一三八八八
四〇	一〇九九五一一六二七七七六

四一	二一九九〇二三二五五五五二
四二	四三九八〇四六五一一一〇四
四三	八七九六〇九三〇二二二〇八
四四	一七五九二一八六〇四四四一六
四五	三五一八四三七二〇八八八三二
四六	七〇三六八七四四一七七六六四
四七	一四〇七三七四八八三五五三二八
四八	二八一四七四九七六七一〇六五六
四九	五六二九四九九五三四二一三一二
五〇	一一二五八九九九〇六八四二六二四

十六第五十次之率為一千一百二十五兆八千九百九十九億零六百八十四萬二千六百二十四凡有眞數求假數皆以所求之數為第一率眞數開方幾次則假數必折半幾次今雖無第一率之假數而苟得其折半第幾次之假數則加倍幾次必得第一率之假數故以加倍第幾次之率數與折半第幾次之假數相乘即得第一率之假數也

明對數之目用遞次開方求假數法之三

凡眞數不可與假數為比例者因眞數開方假數折半其相比之分數不同若開方至於數十次則開方之數即與折半之數相同故假數即可用眞數比例而得是以凡求假數者皆以其眞數開方至幾十次與此所得之假數相比即得其開方第幾十次之假數按前率數乘之即得所求之假數

如眞數為一十假數為一〇以眞數一十開方得三一六二二七七六六〇一

	一〇
一次	三一六二二七七六六〇一六八三七九三三一九九八八九三五四
二次	一七七八二七九四一〇〇三八九二二八〇一一九七三〇四一三
三次	一三三三五二一四三二一六三三二四〇二五六六五三八九三〇八
四次	一一五四七八一九八四六八九四五八一七九六六一九一八二一三
五次	一〇七四六〇七八二八三二一三一七四九七二一三八一七六五三八

六八三七九三三一九九八八九三五四第二次開方得一七七八二七九四一〇〇三八九二二八〇一一九七三〇四一三第三次開方得一三三三五二一四三二一六三三二四〇二五六六五三八九三〇八第四次開方得一一五四七八一九八四六八九四五八一七九六六一九一八二一三第五次開方得一〇七四六〇七八二八三二

	一〇
次	三一六二二七七六六〇一六八三七九三三一九九八八九三五四
次	一七七八二七九四一〇〇五八九二二八〇一一九七三〇四一一三
次	一三三三五二一四三二一六三三二四〇二五六六五三八九三〇八
次	一一五四七八一九八四六八九四五八一七九六六一九一八二一三
次	一〇七四六〇七八二八三二一三一七四九七二一三八一七六五三八
次	一〇三六六三二九二八四三七六九七九九七二九〇六二七三一三一
次	一〇一八一五一七二一七一八一八一八四一四七三七二三八一四四
五四	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一二七八一九一四九三二〇〇三二三五

一三一七四九七二一三八一七六五三八第六次開方得一〇三六六三二九二八四三七六九七九九七二九〇六二七三一三一第七次開方得一〇一八一五一七二一七一八一八一八四一四七三七二三八一四四如此遞次開方至第五十四次則得一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一二七八一九一四九三二〇〇三二三五而

	一○
一次	○五
二次	○二五
三次	○一二五
四次	○○六二五
五次	○○三一二五
六次	○○一五六二五
七次	○○○七八一二五
五十四	○○○○○○○○○○○○○○○○○五五五一一一五一二三一二五七八二七○

與第五十三次開方所得折半之數同是故真數即可與假數為比例矣乃以一十之假數一○折半得○五第二次折半得○二五第三次折半得○一二五第四次折半得○○六二五第五次折半得○○三一二五第六次折半得○○一五六二五第七次折半得○○○七八一二五如此遞次折半亦至第五十四次則得十七空位五五五一一

一率	一二七八一九一四九三二〇〇三二三五
二率	五五五一一一五一二三一二五七八二七〇
三率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
四率	四三四二九四四八一九〇三二五一八〇四

一五一二三一二五七八二七〇即為第五十四次開方之假數於是以眞數之零數一二七八一九一四九三二〇〇三二三五為一率假數之零數五五五一一一五一二三一二五七八二七〇為二率眞數之零數一為三率一率為十七位則三率亦加十六空位以足其分得四率四三四二九四四八一九〇三二五一八〇四即為一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

真一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一

假〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇四三四二九四四八一九〇三二五一八〇四

〇〇一之假數前亦仍得十七空位蓋真數為一則假數為〇今真數之零數即比一多之假數之零數即比〇多之較故以真數之較與假數之較為比例也凡求假數者皆以真數開方至幾十次首位得一又得十五空位則以其後之零數與此所得之假數為比例即得其開方第幾十次之假數按前率數乘之即得第一率之假數也

真數遞次開方表

	一〇
一	三一六二二七七六六〇一六八三七九三三一九九八八九三五四
二	一七七八二七九四一〇〇三八九二二八〇一一九七三〇四一三
三	一三三三五二一四三二一六三三二四〇二五六六五三八九三〇八
四	一一五四七八一九八四六八九四五八一七九六六一九二八一一三
五	一〇七四六〇七八二八三二一三一七四九七二一一三八一七六五三八
六	一〇三六六三二九二八四三七六九七九九七二九〇六二七三一三一
七	一〇一八一五一七二一七一八一八一八四一四七三七二三八一四四
八	一〇〇九〇三五〇四四八四一四四七四三七七五九〇〇五一三九一
九	一〇〇四五〇七三六四二三四四六二五一五六六四六七〇六一一三
一〇	一〇〇二二五一一四八二九二九一二九一五四六五六一一七三六七
一一	一〇〇一一二四九四一三九九八七九八七五八八五三九五五一八〇五
一二	一〇〇〇五六二三一二六〇二二〇八六三六六一八四九五九一八三九
一三	一〇〇〇二八一一一六七八七七八〇一三二三九九二四九六四三二五
一四	一〇〇〇一四〇五四八五一六九四七二五八一六二七六七三二七一五
一五	一〇〇〇〇七〇二七一七八九四一一四三五五三八八一一七〇八四五
一六	一〇〇〇〇三五一三五二七七四六一八五六六〇八五八一三〇七七七
一七	一〇〇〇〇一七五六七四八四四二二六七三八三三八四六七八二七四
一八	一〇〇〇〇〇八七八三七〇三六三四六一二一四六五七四〇七四三一
一九	一〇〇〇〇〇四三九一八四二一七三一六七二三六二八一八八〇八三
二〇	一〇〇〇〇〇二一九五九一八六七五五五四二〇三三一七〇五七一九
二一	一〇〇〇〇〇一〇九七九五八七三五〇二〇四〇九七五四七二九四〇
二二	一〇〇〇〇〇〇五四八九七九二一六八二一一一四六二六六〇二五〇四
二三	一〇〇〇〇〇〇二七四四八九五七〇七三八二九五〇九一一三五四四九九
二四	一〇〇〇〇〇〇一三七二四四七七五九五一〇八三二八二六九五七二三
二五	一〇〇〇〇〇〇〇六八六二二三八五六二一〇二五七三七一八七四八二
二六	一〇〇〇〇〇〇〇三四三一一一九二二二一八八三九一二七五〇二〇八
二七	一〇〇〇〇〇〇〇一七一五五五九五九六三七八四七一一九九三八七九一
二八	一〇〇〇〇〇〇〇〇八五七七七九七九四五一〇三〇五一一七五八八八
二九	一〇〇〇〇〇〇〇〇四一八八八八八九六三三五四一九八四二九〇一三
三〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇二一四四四四九四七九三七七七六七四二九七〇四
三一	一〇〇〇〇〇〇〇〇一〇七二二二四七三九一一四〇五〇七六九二六八
三二	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇五三六一一二三六九四一三三一七一四八三一四
三三	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇二六八〇五六一八四六七〇七三一五一五〇八七
三四	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇一三四〇二八〇九二三二六三八三九九二七七七
三五	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇六七〇一四〇四六一六〇九四六五五五一九六
三六	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三三五〇七〇二三〇七九九一一九一七三〇〇
三七	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一六七五三五一一五三九八一五六一八五七六
三八	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇八三七六七五五七六九八七二七二四二六九
三九	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇四一八八三七七八八四九二七五九〇八七九
四〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇二〇九四一八八九四二四六一六〇二六二五
四一	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一〇四七〇九四四七一二三〇二五三一一〇
四二	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇五二三五四七二三五六一四九八九五〇四
四三	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇二六一七七三六一七八〇七四六〇四八九
四四	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一三〇八八六八〇八九〇三七二一六七八
四五	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇六五四四三四〇四四五一八五八六九七五
四六	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三二七二一七〇二二二五九二八八一三三七
四七	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一六三六〇八五一一一二九六四二七二八三
四八	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇八一八〇四二五五五六四八二一〇二九五
四九	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇四〇九〇二一二七七八二四一〇四三一一
五〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇二〇四五一〇六三八九一二〇五一九四六
五一	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一〇二二五五三一九四五六〇二五九二一
五二	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇五一一二七六五九七二八〇一二九四七
五三	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇二五五六三八二九八六四〇〇六四七〇
五四	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一二七八一九一四九三一〇〇三二三五

假數遞次折半表

	一〇
一	〇五
二	〇二五
三	〇一二五
四	〇〇六二五
五	〇〇三一二五
六	〇〇一五六二五
七	〇〇〇七八一二五
八	〇〇〇三九〇六二五
九	〇〇〇一九五三一二五
一〇	〇〇〇〇九七六五六二五
一一	〇〇〇〇四八八二八一二五
一二	〇〇〇〇二四四一四〇六二五
一三	〇〇〇〇一二二〇七〇三一二五
一四	〇〇〇〇〇六一〇三五一五六二五
一五	〇〇〇〇〇三〇五一七五七八一二五
一六	〇〇〇〇〇一五二五八七八九〇六二五
一七	〇〇〇〇〇〇七六二九三九四五三一二五
一八	〇〇〇〇〇〇三八一四六九七二六五六二五
一九	〇〇〇〇〇〇一九〇七三四八六三二八一二五
二〇	〇〇〇〇〇〇〇九五三六七四三一六四〇六二五
二一	〇〇〇〇〇〇〇四七六八三七一五八二〇三一二五
二二	〇〇〇〇〇〇〇二三八四一八五七九一〇一五六二五
二三	〇〇〇〇〇〇〇一一九二〇九二八九五五〇七八一二五
二四	〇〇〇〇〇〇〇〇五九六〇四六四四七七五三九〇六二五
二五	〇〇〇〇〇〇〇〇二九八〇二三二二三八七六九五三一二五
二六	〇〇〇〇〇〇〇〇一四九〇一一六一一九三八四七六五六二五
二七	〇〇〇〇〇〇〇〇〇七四五〇五八〇五九六九二三八二八一二五
二八	〇〇〇〇〇〇〇〇〇三七二五二九〇二九八四六一九一四〇六二五
二九	〇〇〇〇〇〇〇〇〇一八六二六四五一四九二三〇九五七〇三一二五
三〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇九三一三二二五七四六一五四七八五一五六二五
三一	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇四六五六六一二八七三〇七七三九二五七八一二五
三二	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇二三二八三〇六四三六五三八六九六二八九〇六二五
三三	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一一六四一五三二一八二六九三四八一四四五三一二五
三四	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇五八二〇七六六〇九一三四六七四〇七二二六五六二五
三五	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇二九一〇三八三〇四五六七三三七〇三六一三二八一二
三六	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一四五五一九一五二二八三六六八五一八〇六六四〇六
三七	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇七二七五九五七六一四一八三四二五九〇三三二〇三
三八	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三六三七九七八八〇七〇九一七一二九五一六六〇一
三九	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一八一八九八九四〇三五四五八五六四七五八三〇〇
四〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇九〇九四九四七〇一七七二九二八二三七九一五〇
四一	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇四五四七四七三五〇八八六四六四一一八九五七五
四二	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇二二七三七三六七五四四三二三二〇五九四七八七
四三	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一一三六八六八三七七二一六一六〇二九七三九三
四四	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇五六八四三四一八八六〇八〇八〇一四八六九六
四五	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇二八四二一七〇九四三〇四〇四〇〇七四三四八
四六	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一四二一〇八五四七一五二〇二〇〇三七一七四
四七	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇七一〇五四二七三五七六〇一〇〇一八五八七
四八	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三五五二七一三六七八八〇〇五〇〇九二九三
四九	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一七七六三五六八三九四〇〇二五〇四六四六
五〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇八八八一七八四一九七〇〇一二五二三二三
五一	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇四四四〇八九二〇九八五〇〇六二六一六一
五二	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇二二二〇四四六〇四九二五〇三一三〇八〇
五三	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一一一〇二二三〇二四六二五一五六五四〇
五四	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇五五五一一一五一二三一二五七八二七〇

明對數之目用遞次開方求假數法之四

凡真數首位為一者則開方首位必得一若首位非一者則以真數遞乘幾次使首位得一即以遞乘所得之真數遞次開方至得十五空位乃以其後之零數與前法所得一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一之假數相比例即得開方第幾次之假數按前率數乘之即得遞乘所得真數之假數再看遞乘所得真數為連比例第幾率則以第幾率之數除之即得所求之假數

一	二
二	四
三	八
四	一六
五	三二
六	六四
七	一二八
八	二五六
九	五一二
一〇	一〇二四

如求二之假數則以二為連比例第一率遞次乘之第二率得四第三率得八第四率得十六第五率得三十二第六率得六十四第七率得一百二十八第八率得二百五十六第九率得五百一十二第十率得一千零二十四是首位既得一又得一空位乃以此數命為第一率其首位之一千命為單位開方得一〇一一九二八八五一一二五三八八

	一〇二四
一	一〇一一九二八八五一二五三八八一三八六二三九七
二	一〇〇五九四六七四三七四六三四八三二六六五四二四
三	一〇〇二九六八九六四四九八〇七八七三七三六二六八
四	一〇〇一四八三三八二〇三七九〇四一八〇三〇一八三八

一三八六二三九七第二次開方得一〇〇五九四六七四三七四六三四八三二六六五四二四第三次開方得一〇〇二九六八九六四四九八〇七八七三七三六二六八第四次開方得一〇〇一四八三三八二〇三七九〇四一八〇三〇一八三八第五次開方得一〇〇〇七四一四一六一六九九八三五三三六二四九〇六第六次開方

五	一〇〇〇七四一四一六一六九九八三五三三六二四九〇六
六	一〇〇〇三七〇六三九三九八二一〇〇一四〇七一七六一五
七	一〇〇〇一八五三〇二五三〇五九一〇八五三〇五八二七七
一七	一〇〇〇〇〇〇一八〇九四二七五四八四四五三四三六三九五〇一五四四
二七	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇一七六七〇一八九三〇五七〇一四一九四八二六二

得一〇〇〇三七〇六三六三九八二一〇〇一四〇七一七六一五第七次開方得一〇〇〇一八五三〇二五三〇五九一〇八五三〇五八二七七如此遞次開方至第十七次則得一〇〇〇〇〇〇一八〇九四二七五四八四四五三四三六三九五〇一五四四第二十七次則得一〇〇〇〇〇〇〇〇〇一七六七〇一八九三〇五七〇一

二七	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇一七六七〇一八九三〇五七〇一四一九四八二六二
三七	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一七二五六〇四四二四二三二五九四三四七七
四七	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一六八五一六〇五七〇五三九四九七七

四一九四八二六二第三十七次則得一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一七二五六〇四四二四二三二五九四三四七七第四十七次則得一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一六八五一六〇五七〇五三九四九七七是已得十五空位矣乃以前法所得眞數之零數一為一率三率有十七位則一率亦加十六空位以足其分其假數十七空位後之零數四三四

一率一○○○○○○○○○○○○○○○○
二率四三四二九四四八一九○三二五一八○四
三率一六五一六○五七○五三九四九七七
四率七三一八五五九三六九○六二三九二六八
真一○○○○○○○○○○○○○○○一六五一六○五七○五三九四九七七
假○○○○○○○○○○○○○○○○○七三一八五五九三六九○六二三九二六八

二九四四八一九○三二五一八○四為二率今所得眞數之零數一六八五一六○五七○五三九四九七七為三率得四率七三一八五五九三六九○六二三九二六八即為開方第四十七次之假數前亦仍為十七空位以加倍四十七次之率數一四○七三七四八八三五五三二八乘之得○○一○二九九九五六六三九八一一九五二六

一〇二四	〇〇一〇二九九九五六六三九八一一九五二六五
一〇二四	三〇一〇二九九九五六六三九八一一九五二六五
二	〇三〇一〇二九九九五六六三九八一一九五二六五

五即為第一率一〇二四之假數蓋開方第四十七次之假數為十八位前十七空位共三十五位今相乘得三十三位故前止有二空位亦共三十五位也此截用二十一位然一〇二四首位之一開方雖命為單位而其實則為千位千之假數首位應為三故首位加三得三〇一〇二九九九五六六三九八一一九五二六五是為一千零二十四之假數又因一千零二十四為二之連比例第十率故以十歸之得〇三

〇一〇二九九九五六六三九八一一
九五二六五即為所求之連比例第一
率二之假數也

明對數之目用遞次開方求假數法之五

凡求假數眞數開方之次數愈多則所得之假數愈密然用假數不過至十二位觀前遞次開方表内至九空位以後其開方之數與折半之數已同七位其零數所差甚微故眞數開方至二十七次即可以立率

一率 一三四〇二八〇九二三二六三八三九九二七七七
二率 五八二〇七六六〇九一三四六七四〇七二二六五六二五
三率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
四率 四三四二九四四八一八七四一四七九九七二〇六九五五

如求二之假數按前法遞次乘之至第十率得一〇二四開方至二十七次得一〇〇〇〇〇〇〇〇〇一七六七〇一八九三〇五七〇一四一九四八二六二是已得九空位矣於是察前眞數一〇遞次開方表內第三十四次數得一〇〇〇〇〇〇〇〇〇一三四〇二八〇九二三二六三八三九九二七七七亦為九空位即以其眞數之零數一

真一○○○○○○○○○一

假○○○○○○○○○○○四三四二九四四八一八七四一四七九九七二○六九五五

三四○二八○九二三二六三八三九九二七七七為一率其假數十一空位後之零數五八二○七六六○九一三四六七四○七二二六五六二五為二率眞數之零數一為三率一率為二十一位則三率亦加二十空位以足其分得四率四三四二九四四八一八七四一四七九九七二○六九五五即為一○○○○○○○○○一之假數前亦仍為十一空位乃即用此

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

二率 四三四二九四四八一八七四一四七九九七二〇六九五五

三率 一七六七〇一八九三〇五七〇一四一九四八二六二

四率 七六七四〇六五七〇九一三七七〇八九〇〇〇一四三九

數為比例以眞數之零數一為一率三率為二十二位則一率亦加二十一空位以足其分其假數十一空位後之零數四三四二九四四八一八七四一四七九九七二〇六九五五為二率令以一〇二四開方二十七次所得之零數一七六七〇一八九三〇五七〇一四一九四八二六二為三率得四率七六七四〇六五七〇九一三七七〇八九〇七〇一四三九即為一

一〇二四	〇〇一〇二九九九五六六四〇〇
二	〇三〇一〇二九九九五六六四〇

〇二四開方第二十七次之假數前亦仍為十一空位以加倍二十七次之率數一三四二一七七二八乘之得〇〇一〇二九九九五六六四〇〇即為第一率一〇二四之假數與前法所得之數同前法得三九八收之亦為四〇〇以後奇零微有不合止截用十二位再按前法首位加三而以率數十歸之即得〇三〇一〇二九九九五六六四〇為二之假數也此法較之前法開

方省二十次而所得之數同故求假數者用此法亦便也

明對數之目用遞次開方求假數法之六

凡開方之數與折半之數雖不同然而不同之較遞次漸少故又有相較之法至開方第十次以後則以較數相減即得開方之數

一	六
二	三六
三	二一六
四	一二九六
五	七七七六
六	四六六五六
七	二七九九三六
八	一六七九六一六
九	一〇〇七七六九六

如求六之假數以六為連比例第一率遞次乘之得連比例第九率為一千零七萬七千六百九十六乃以此數命為

	一〇〇七七六九六
一	一〇〇三八七七二八三三三六九六二四五六六三八四六五五一
二	一〇〇一九三六七六六一三六九四六六一六七五八七〇二二九
三	一〇〇〇九六七九一四六三九〇九九〇一七二八八九〇七二〇
四	一〇〇〇四八三八四〇二六八八四六六二九一五四九二五三五

第一率其首位之一千萬命為單位開方得一〇〇三八七七二八三三三六九六二四五六六三八四六五五一第二次開方得一〇〇一九三六七六六一三六九四六六一六七五八七〇二二九第三次開方得一〇〇〇九六七九一四六三九〇九九〇一七二八八九〇七二〇第四次開方得一〇〇〇四八三八四〇二六八八四六六二九

四	一○○○四八三八四○二六八八四六六二九八五四九二五三五
五	一○○○二四一八九○八七八八二四六八五六三八○八七二七二四一九二○一三四四二三三一四九二七四六二六七二九二五五五九八六二九二八九三七五四○

八五四九二五三五第五次開方得一○○○二四一八九○八七八八二四六八五六三八○八七二七與第四次開方所得折半之數漸近乃以第四次開方所得數折半（首位之一不折半蓋首位之一諸次開方皆同其數不變也）得二四一九二○一三四四二三三一四九二七四六二六七與第五次開方所得數相減餘二九二五五五九八六二九二八九三七五四○為

六	一〇〇〇一二〇九三八一二六三九七一三四五九四三九一九四 一二〇九四五四三九四一二三四二八一九〇四三六三 七三一三〇一五二〇八二二四六五一六九 七三一三八九九六五七三二二三四三八五 八八四四四九〇九七六九二一五

第五次之較設使有第五次之較則將第四次開方所得數折半內減第五次之較即第五次開方所得數然第五次之較乃與第五次開方數相減而得故第五次猶必用開方也第六次開方得一〇〇〇一二〇九三八一二六三九七一三四五九四三九一九四又以第五次開方所得數折半得一二〇九四五四三九四一二三四二八一九〇四

六	一〇〇〇一二〇九三八一二六三九七一三四五九四三九一九四
	一二〇九四五四三九四一二三四二八一九〇四三六三
	七三一三〇一五二〇八二二四六五一六九
	七三一三八九九六五七三二二三四三八五
	八八四四四九〇九七六九二一五

三六三與第六次開方所得數相減餘七三一三〇一五二〇八二二四六五一六九為第六次之第一較又將第五次之較四歸之得七三一三八九九六五七三二二三四三八五與第六次之第一較相減餘八八四四四九〇九七六九二一五為第六次之第二較設使有第二較則將第五次之較四歸之內減第六次之第二較即為第六次之第

七	一〇〇〇〇六〇四六七二三五〇五五三〇九六八〇一六〇〇五
	六〇四六九〇六三一九八五六七二九七一九五九七
	一八二八一四三二五七六一七〇三五九二
	一八二八二五三八〇二〇五六一六二九二
	一一〇五四四四三九一二七〇〇
	一一〇五五六一三七二一一五二
	一一六九八〇八四五二

一較將第五次開方所得數折半內減第六次之第一較即第六次開方所得數然第二較乃與第一較相減而得而第一較乃與第六次開方數相減而得故第六次猶必用開方也第七次開方得一〇〇〇〇六〇四六七二三五〇五五三〇九六八〇一六〇〇五又以第六次開方所得數折半得六〇四六九〇六三一九八五六七二九七一九

七	一〇〇〇〇六〇四六七六三五〇五五三〇九六八〇一六〇〇五 六〇四六九〇六三一九八五六七二九七一九五九七 一八二八一四三二五七六一七〇三五九二 一八二八二五三八〇二〇五六一六二九二 一一〇五四四四三九一二七〇〇 一一〇五五六一三七二一一五二 一一六九八〇八四五二

五九七與第七次開方所得數相減餘一八二八一四三二五七六一七〇三五九二為第七次之第一較又將第六次之第一較四歸之得一八二八二五三八〇二〇五六一六二九二與第七次之第一較相減餘一一〇五四四四三九一二七〇〇為第七次之第二較又將第六次之第二較八歸之得一一〇五五六一三七二一一五二與第七

七	一一〇〇〇〇六〇四六七二三五〇五五三〇九六八〇一六〇〇三
	六〇四六九〇六三一九八五六七二九七一九五九七
	一八二八一四三二五七六一七〇三五九二
	一八二八二五三八〇二〇五六一六二九二
	一一〇五四四四三九一二七〇〇
	一一〇五五六一三七二一一五二
	一一六九八〇八四五二

次之第二較相減餘一一六九八〇八四五二為第七次之第三較設使有第三較則將第六次之第二較八歸之內減第七次之第三較即為第七次之第二較將第六次之第一較四歸之內減第七次之第二較即為第七次之第一較將第六次開方所得數折半內減第七次之第一較即第七次開方所得數然第三較乃與第二較相減而得第二

八	一〇〇〇〇三〇二三三一六〇五〇五六五七七五九六四七九四
	三〇二三三六一七五二七六五四八四〇〇八〇〇二
	四五七〇二一九九七〇八〇四三二〇八
	四五七〇三五八一四四〇四二五八九八
	一三八一七三二三八二六九〇
	一三八一八〇五四八九〇八七
	七三一〇六三九七
	七三一一三〇二八
	六六三一

較乃與第一較相減而得而第一較乃與第七次開方數相減而得故第七次猶必用開方也第八次開方得一〇〇〇〇三〇二三三一六〇五〇五六五七七五九六四七九四又以第七次開方所得數折半得三〇二三三六一七五二七六五四八四〇〇八〇〇二與第八次開方所得數相減餘四五七〇二一九九七〇八〇四三二〇八為第

八	一〇〇〇〇三〇二三三一六〇五〇五六五七七五九六四七九四
	三〇二三三六一七五二七六五四八四〇〇〇八〇〇二
	四五七〇二一九九七〇八〇四三二〇八
	四五七〇三五八一四四〇四二五八九八
	一三八一七三二三八二六九〇
	一三八一八〇五四八九〇八七
	七三一〇六三九七
	七三一一三〇二八
	六六三一

八次之第一較又將第七次之第一較四歸之得四五七〇三五八一四四〇四二五八九八與第八次之第一較相減餘一三八一七三二三八二六九〇為第八次之第二較又將第七次之第二較八歸之得一三八一八〇五四八九〇八七與第八次之第二較相減餘七三一〇六三九七為第八次之第三較又將第七次之第三較十六歸之得

八	一〇〇〇〇三〇二三三三一六〇五〇五六五七七九六六四七[illegible]
	三〇二三三六六一七五二七六[illegible]
	四五七〇二一九九七〇八〇四三二〇八
	四五七〇三五八一四四〇四二五八九八
	一三八一七三二三八二六九〇
	一三八一八〇五四八九〇八七
	七三一〇六三九七
	七三一一三〇二八
	六六三一

七三一一三〇二八與第八次之第三較相減餘六六三一為第八次之第四較設使有第四較則將第七次之第三較十六歸之内減第八次之第四較即為第八次之第三較將第七次之第二較八歸之内減第八次之第三較即為第八次之第二較將第七次之第一較四歸之内減第八次之第二較即為第八次之第一較將第七次之開方數折

九	一〇〇〇〇一五一一六四六五九九九〇五六六七二九五〇四八八
	一五一一六五八〇二五二八二八八七九八二三九七
	二一四二五三七七二一五〇三一九〇九
	一一四二五五四九九二七〇一〇八〇二
	八七二七一一九七八八九三
	一七二七一六五四七八三六
	四五六八九四三
	四五六九一五〇
	二〇七
	二〇七

半内減第八次之第一較即第八次開方數然第四較乃與第三較相減而得第三較乃與第二較相減而得第二較乃與第一較相減而得而第一較乃與第八次開方數相減而得故第八次猶必用開方也至第九次開方得一〇〇〇〇一五一一六四六五九九九〇五六七二九五〇四八八又以第八次開方數折半得一五一一六五八〇二五

九	一一〇〇〇〇一一五一一一六四六五九九九〇五六七二九五〇四八八
	一五一一六五八〇二五二八二八八七九八二三九七
	一一四二五三七七二一五〇三一九〇九
	一一四二五五四九九二七〇一〇八〇二
	一七二七一一九七八八九三
	一七二七一六五四七八三六
	四五六八九四三
	四五六九一五〇
	二〇七
	二〇七

二八二八八七九八二三九七與第九次開方數相減餘一一四二五三七七二一五〇三一九〇九為第九次之第一較又將第八次之第一較四歸之得一一四二五五四九九二七〇一〇八〇二與第九次之第一較相減餘一七二七一一九七八八九三為第九次之第二較又將第八次之第二較八歸之得一七二七一六五四七八三六與第

九	一〇〇〇〇一五一一六四六五九九九〇五六七二九五〇四八六
	一五一一六五八〇二五二八三八八七九八二三九七
	一一四二五三七七二一五〇三一九〇九
	一一四二五五四九九二七〇一〇八〇三
	一七二七一一九七八八九三
	一七二七一六五四七八三六
	四五六八九四三
	四五六九一五〇
	二〇七
	二〇七

九次之第二較相減餘四五六八九四三為第九次之第三較又將第八次之第三較十六歸之得四五六九一五〇與第九次之第三較相減餘二〇七為第九次之第四較又將第八次之第四較三十二除之亦得二〇七與第九次之第四較同故自第十次以後則不用開方若開方止用二十二位則第八次之第三較已同至第九次即不用開方亦不用第四較即以第九次之第四較三十

六
二八五五五八
二八五五五二
二一五八八九九七三六一
二一五八八七一一八〇九
二八五六三四四三〇三七五七九七七
二八五六三二二七一五〇四六一六八
七五五八二三二九九九五二八三六四七五二四四
一〇　一〇〇〇〇〇〇七五五八二〇四四三六三〇一二一四二九〇七六

二除之得六為第十次之第四較將第九次之第三較十六除之得二八五五五八內減第十次之第四較餘二八五五五二即為第十次之第三較將第九次之第二較八歸之得二一五八八九九七三六一內減第十次之第三較餘二一五八八七一一八〇九即為第十次之第二較將第九次之第一較四歸之得二八五六三四四三〇三七五七

	六
	二八五五五八
	二八五五五二
	二一五八八九九七三六八
	二一五八八七一一八〇九
	二八五六三四四三〇三七五七九七七
	二八五六三二二七一五〇四六一六八
	七五五八二三二九九九五二八三六四七五二四四
一〇	一〇〇〇〇〇七五五八二〇四四三六三〇一二一四二九〇七六

九七七內減第十次之第二較餘二八五六三二二七一五〇四六一六八即為第十次之第一較將第九次開方所得數折半得七五五八二三二九九九五二八三六四七五二四四內減第十次之第一較又加首位之一得一〇〇〇〇〇七五五八二〇四四三六三〇一二一四二九〇七六即為第十次開方所得數也至第十一次則將第十次

		一七八四七
		二六九八五八八九七六
		二六九八五七一一二九
		七一四〇八〇六七八七六一五四二
		七一四〇七七九八〇一九〇四一三
		三七七九一〇二二一八一五〇六〇七一四五三八
一	一	一〇〇〇〇〇三七七九〇九五〇七七三七〇八〇五二四一二五

之第四較三十二除之不足一倍故無第四較而以第十次之第三較十六除之得一七八四七即為第十一次之第三較將第十次之第三較八歸之得二六九八五八八九七六內減第十一次之第三較餘二六九八五七一一二九即為第十一次之第二較將第十次之第一較四歸之得七一四〇八〇六七八七六一五四二內減第十一次之第

		一七八四七
		二六九八五八八九七六
		二六九八五七一一二九
		七一四〇八〇六七八七六一五四二
		七一四〇七七九八〇一九〇四一三
		三七七九一〇二二一八一五〇六〇七一四五二八
一	一	一〇〇〇〇〇三七七九〇九五〇七七三七〇八〇五二四一二五
二	三	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇九二二六二八八九一〇四三〇七六六七

二較餘七一四〇七七九八〇一九〇四一三即為第十一次之第一較將第十次開方所得數折半得三七七九一〇二二一八一五〇六〇七一四五三八内減第十一次之第一較又加首位之一得一〇〇〇〇〇三七九九〇九五〇七七三七〇八〇五二四一二五即為第十一次開方所得數也由此遞推至第二十三次開方數得一〇〇〇

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	四三四二九四四八一八七四一四
三率	九二二六二八八九一〇四三〇七
四率	四〇〇六九二六二六一九七六五二

〇〇〇〇〇〇九二二六二八八九一〇四三〇七六六七是已得九空位矣乃以前法所得眞數之零數一為一率三率截用十四位則一率亦加十三空位以足其分其假數十一空位後之零數四三四二九四四八一八七四一四為二率截用十四位以從簡易今開方二十三次所得之零數九二二六二八八九一〇四三〇七為三率得四率四〇〇六九二六三六一九七六五二

一〇〇七七六九六	七〇〇三三六一二五三四五
六	〇七七八一五一二五〇三八

即為開方第二十三次之假數前則為十空位（二率有十四位而其前為十一空位今四率得十五位故前為十空位）以加倍二十三次之率數八三八八六〇八乘之得〇〇〇三三六一二五三四五（蓋開方第二十三次之假數為十五位并前十空位共二十五位今相乘得二十二位故前止有三十空位亦共為二十五位也此截用十二位）即為第一率一〇〇七七六九六之假數然首位之一開方雖命為單位其實則為千萬千萬之假數首位應為七

五四三五二一六三三○○七	六九六七七○○一
八三○五二一五一八七七○	六

故首位為七得七○○三三六一二五三四五是為一千零七萬七千六百九十六之假數又因其為連比例第九率故用九歸之得○七七八一五一二五○三八即為連比例第一率六之假數也

明對數之目用遞次開方求假數法之七

凡求假數先求得一至九一一至一九一○一至一○九一○○一至一○○九以及三○位零一至

九四空位零一至九五空位零一至九六空位零一至九七空位零一至九八空位零一至九九空位零一至九之九十九數而他數皆由此生然此九十九數内有以兩數相乘除而得者則以兩假數相加減即為所求眞數之假數至五空位以後則又可以比例而得不必逐一而求也

如一至九之九數惟二三七之三數用前遞次開方求假數法求之至於四則係二與二相乘所得之數故以二之假

二	○三○一○二九九九五六六
四	○六○二○五九九九一三三
八	○九○三○八九九八六九九

一○	一○○○○○○○○○○○
二	○三○一○二九九九五六六
五	○六九八九七○○○四三四

數○三○一○二九九九五六六倍之得○六○二○五九九九一三三即為四之假數至於五係以二除十所得之數故以二之假數與十之假數相減餘○六九八九七○○○四三四即為五之假數至於六係二與三相乘所得之數故以二之假數與三之假數相加得○七七八一五一二五○三八即為六之假數或先得六之假數內減二之假數即得三之假數至於

二	○三○一○二九九九五六六
三	○四七七一二一二五四七二
六	○七七八一五一二五○三八

三	○四七七一二一二五四七二
九	○九五四二四二五○九四四

八係二與四相乘所得之數故以二之假數與四之假數相加得○九○三○八九九八六九九即為八之假數至於九係三與三相乘所得之數故以三之假數○四七七一二一二五四七二倍之得○九五四二四二五○九四四即為九之假數或先得九之假數折半即得三之假數如一一至一九之九數惟一一一三一七一九之四數用前遞次開方求假數法求

二	○三○一○二九九九五六六
六	○七七八一五一二五○三八
一二	一○七九一八一二四六○四
一二	○○七九一八一二四六○四

之至於一二係二與六相乘所得之數故以二之假數與六之假數相加得一○七九一八一二四六○四為一十二之假數內減首位之一餘○○七九一八一二四六○四即為一二之假數蓋自一一至九空位零九其首位之一皆為單位首位以下為小餘試將一十二以十除之仍得一二則其首位之一即為單位二為小餘故於十二之假數內減首位之一即減去十之假數而所餘為一二之假數也至於一四乃二與七相乘所得之數故以二之假

二	〇三〇一〇二九九九五六六
七	〇八四五〇九八〇四〇〇一
一四	一一四六一二八〇三五六七
一四	〇一四六一二八〇三五六七

三	〇四七七一二一二五四七二
五	〇六九八九七〇〇〇四三四
一五	一一七六〇九一二五九〇六
一五	〇一七六〇九一二五九〇六

數與七之假數相加得一一四六一二八〇三五六七為一十四之假數內減首位之一餘〇一四六一二八〇三五六七即為一四之假數至於一五乃三與五相乘所得之數故以三之假數與五之假數相加得一一七六〇九一二五九〇六為一十五之假數內減首位之一餘〇一七六〇九一二五九〇六即為一五之假數餘皆倣此詳見對數闡微至

五三七八五九七九〇一　一率
二八五一七三八六七四　二率
〇〇〇〇〇〇〇〇〇一　三率
〇〇〇三四九二四三四　四率

於一〇〇〇〇〇一以後之假數則即可用前遞次開方表內相近數比例而得之如求一〇〇〇〇〇〇一之假數則以前表內開方第二十一次真數五空位後之零數一〇九七九五八七三五為一率截用十位以從簡便其假數七空位後之零數四七六八三七一五八二為二率亦截用十位今真數之零數一為一率添九空位以足其分得四率四三四二九四三有餘前

一〇〇〇〇〇一	〇〇〇〇〇〇〇四三四二九
一〇〇〇〇〇二	〇〇〇〇〇〇〇八六八五九
一〇〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇〇一三〇二八八

亦仍為七空位因假數止用十二位故四率止求七位并七空位為十四位已為足用截前十二位得〇〇〇〇〇〇〇四三四二九即為一〇〇〇〇〇一之假數二因之得〇〇〇〇〇〇〇八六八五九第十三位滿五則進一數餘倣此即為一〇〇〇〇〇二之假數三因之得〇〇〇〇〇〇一三〇二八八即為一〇〇〇〇〇三之假數又以前表內開方第十九次眞數五空位後之零數四三

一率　四三九一八四二一七三
二率　一九〇七三四八六三二
三率　四〇〇〇〇〇〇〇〇〇
四率　一七三七一七四〇〇〇

九一八四二一七三為一率其假數六空位後之零數一九〇七三四八六三二為二率今眞數之零數四為三率添九空位以足其分得四率一七三七一七四〇前亦仍為六空位截前十二位得〇〇〇〇〇〇一七三七一七即為一〇〇〇〇〇四之假數不以前所得四率四因之者因前所得一〇〇〇〇〇一之假數四因之則微小且表內第十九次開方數與此所求眞數相近故又用比例以求其準將所得一〇〇〇〇〇四

一○○○○○四	○○○○○○一七三七一七
一○○○○○五	○○○○○○二一七一四七
一○○○○○六	○○○○○○二六○五七六

之假數四歸五因將一○○○○○四之假數四歸五因者因欲得一○○○○○一之假數而以五因之也得○○○○○○二一七一四七即為一○○○○○五之假數將所得一○○○○○四之假數四歸六因得○○○○○○二六○五七六即為一○○○○○六之假數又以前表內開方第十八次真數五空位後之零數八七八三七○三六三四為一率其假數六空位後之零數

一率 八七八三七〇三六三四
二率 三八一四六九七二六五
三率 七〇〇〇〇〇〇〇〇〇
四率 三〇四〇〇四八〇〇〇

三八一四六九七二六五為二率今真數之零數七為三率得四率三〇四〇〇四八〇前亦仍為六空位截前十二位得〇〇〇〇〇〇三〇四〇〇五即為一〇〇〇〇〇七之假數得四率四不以前所歸七因者因前所得一〇〇〇〇〇四之假數四歸七因之則微小且表內第十八次開方數與此所求真數相近故又用此例以求其準將所得一〇〇〇〇〇七之假數七歸八因得一〇〇〇〇〇三四七四三四即為一

一〇〇〇〇〇七	〇〇〇〇〇〇三〇四〇〇五
一〇〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇〇三四七四三四
一〇〇〇〇〇九	〇〇〇〇〇〇三九〇八六三

〇〇〇〇〇八之假數又將所得一〇〇〇〇〇七之假數七歸九因得〇〇〇〇三九〇八六三即為一〇〇〇〇九之假數至於一〇〇〇〇〇〇一以後之假數則弃不用比例蓋五空位零一之假數為四三四二九而前所得十五空位零一之假數亦為四三四二九其假數皆相同但遞退一位故以五空位零一至九之假數從末截去

一位（末位滿五以上則進一數）前添一空位即得六空位零一至九之假數以六空位零一至九之假數從末截去一位前添一空位即得七空位零一至九之假數以七空位零一至九之假數從末截去一位前添一空位即得八空位零一至九之假數以八空位零一至九之假數從末截去一位前添一空位即得九空位零一至九之假數

一	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二	〇三〇一〇二九九九五六六
三	〇四七七一二一二五四七二
四	〇六〇二〇五九九九一三三
五	〇六九八九七〇〇〇四三四
六	〇七七八一五一二五〇三八
七	〇八四五〇九八〇四〇〇一
八	〇九〇三〇八九九八六九九
九	〇九五四二四二五〇九四四
一一	〇〇四一三九二六八五一六
一二	〇〇七九一八一二四六〇五
一三	〇〇一三九四三三五二三一
一四	〇〇四六一二八〇五五六八
一五	〇〇七六〇九一二五九〇六
一六	〇〇〇四一一九九八二六六
一七	〇〇三〇四四八九二一三八
一八	〇〇五五二七二五〇五一〇
一九	〇〇七八七五三六〇〇九五
一〇一	〇〇〇四三二一三七三七八
一〇二	〇〇〇八六〇〇一七一七六
一〇三	〇〇一二八三七二二四七一
一〇四	〇〇一七〇三三三三九三〇
一〇五	〇〇二一一八九二九九〇六
一〇六	〇〇二五三〇五八六五二六
一〇七	〇〇二九三八三七七七六九
一〇八	〇〇三三四二三七五五四九
一〇九	〇〇三七四二六四九七九四
一〇〇一	〇〇〇〇四三四〇七七四八
一〇〇二	〇〇〇〇八六七七二一五三
一〇〇三	〇〇〇一三〇〇九三三〇二
一〇〇四	〇〇〇一七三三七一二八一
一〇〇五	〇〇〇二一六六〇六一七六
一〇〇六	〇〇〇二五九六九八〇七二
一〇〇七	〇〇〇三〇二九四七〇五五
一〇〇八	〇〇〇三四六〇五三二一一
一〇〇九	〇〇〇三八九一一六六二四
一〇〇〇一	〇〇〇〇〇四三四二七二八
一〇〇〇二	〇〇〇〇〇八六八五〇二一
一〇〇〇三	〇〇〇〇一三〇二六八八一
一〇〇〇四	〇〇〇〇一七三六　三〇六
一〇〇〇五	〇〇〇〇二一七〇九二九七
一〇〇〇六	〇〇〇〇二六〇四九八五五
一〇〇〇七	〇〇〇〇三〇三八九九七八
一〇〇〇八	〇〇〇〇三四七二九六六九
一〇〇〇九	〇〇〇〇三九〇六八九二五
一〇〇〇〇一	〇〇〇〇〇〇四三四二九二
一〇〇〇〇二	〇〇〇〇〇〇八六八五八〇
一〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇一三〇二八六四
一〇〇〇〇四	〇〇〇〇〇一七三七一四三
一〇〇〇〇五	〇〇〇〇〇二一七一四一八

一〇〇〇〇六	〇〇〇〇〇二六〇五六八九
一〇〇〇〇七	〇〇〇〇〇三〇三九九五五
一〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇三四七四二一七
一〇〇〇〇九	〇〇〇〇〇三九〇八四七四
一〇〇〇〇〇一	〇〇〇〇〇〇〇四三四二九
一〇〇〇〇〇二	〇〇〇〇〇〇〇八六八五九
一〇〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇〇一三〇二八八
一〇〇〇〇〇四	〇〇〇〇〇〇一七三七一七
一〇〇〇〇〇五	〇〇〇〇〇〇二一七一四七
一〇〇〇〇〇六	〇〇〇〇〇〇二六〇五七六
一〇〇〇〇〇七	〇〇〇〇〇〇三〇四〇〇五
一〇〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇〇三四七四三四
一〇〇〇〇〇九	〇〇〇〇〇〇三九〇八六三
一〇〇〇〇〇〇一	〇〇〇〇〇〇〇〇四三四三
一〇〇〇〇〇〇二	〇〇〇〇〇〇〇〇八六八六
一〇〇〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇〇〇一三〇二九
一〇〇〇〇〇〇四	〇〇〇〇〇〇〇一七三七二
一〇〇〇〇〇〇五	〇〇〇〇〇〇〇二一七一五
一〇〇〇〇〇〇六	〇〇〇〇〇〇〇二六〇五八
一〇〇〇〇〇〇七	〇〇〇〇〇〇〇三〇四〇一
一〇〇〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇〇〇三四七四四
一〇〇〇〇〇〇九	〇〇〇〇〇〇〇三九三八六
一〇〇〇〇〇〇〇一	〇〇〇〇〇〇〇〇〇四三四
一〇〇〇〇〇〇〇二	〇〇〇〇〇〇〇〇〇八六九
一〇〇〇〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇〇〇〇一三〇三
一〇〇〇〇〇〇〇四	〇〇〇〇〇〇〇〇一七三七
一〇〇〇〇〇〇〇五	〇〇〇〇〇〇〇〇二一七一
一〇〇〇〇〇〇〇六	〇〇〇〇〇〇〇〇二六〇六
一〇〇〇〇〇〇〇七	〇〇〇〇〇〇〇〇三〇四〇
一〇〇〇〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇〇〇〇三四七四
一〇〇〇〇〇〇〇九	〇〇〇〇〇〇〇〇三九〇九
一〇〇〇〇〇〇〇〇一	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇四三
一〇〇〇〇〇〇〇〇二	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇八七
一〇〇〇〇〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇〇〇〇〇一三〇
一〇〇〇〇〇〇〇〇四	〇〇〇〇〇〇〇〇〇一七四
一〇〇〇〇〇〇〇〇五	〇〇〇〇〇〇〇〇〇二一七
一〇〇〇〇〇〇〇〇六	〇〇〇〇〇〇〇〇〇二六一
一〇〇〇〇〇〇〇〇七	〇〇〇〇〇〇〇〇〇三〇四
一〇〇〇〇〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇〇〇〇〇三四七
一〇〇〇〇〇〇〇〇九	〇〇〇〇〇〇〇〇〇三九一
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇一	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇四
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇二	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇九
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇四	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇七
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇五	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇二
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇六	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇六
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇七	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇五
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇九	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇九

明對數之目用前所得九十九數求他假數法之一

凡求假數既得前九十九數而他數有由此乘除而得者則以假數相加減即得所求之假數其不由乘除而得者謂之數根（因無他數可以度盡即算法原本所謂連比例之至小數）則其假數亦不可以加減而得然有雖為數根而前九十九數中有為其根所生者則逆求之即得原根之假數

如前九十九數首位既皆為單位則以

二	〇三〇一〇二九九九五六六
二〇	一三〇一〇二九九九五六六
二〇〇	二三〇一〇二九九九五六六
二〇〇〇	三三〇一〇二九九九五六六
二〇〇〇〇	四三〇一〇二九九九五六六

一一	一〇四一三九二六八五一六
一一〇	二〇四一三九二六八五一六
一〇五	〇〇二一一八九二九九〇七
一〇五	二〇二一一八九二九九〇七
一〇五〇	三〇二一一八九二九九〇七

十乘之即為十以百乘之即為百以千乘之即為千以萬乘之即為萬故以二之假數與一十之假數相加即為二十之假數與一百之假數相加即為二百之假數與一千之假數相加即為二千之假數與一萬之假數相加即為二萬之假數又如十一之假數與一十之假數相加即為一百一十之假數以一〇五之假數與一百之假數相加即為一

三	〇四七七一二〇二五四七一
七	〇八四五〇九八〇四〇〇一
二一	一三二二二一九二九四七二

二	〇三〇一〇二九九九五六六
一一	一〇四一三九二六八五一六
二二	一三四二四二二六八〇八二

百零五之假數與一千之假數相加即為一千零五十之假數真數同則假數亦同但真數進一位則假數首位加一數耳又如三與七相乘得二十一則以三之假數與七之假數相加即為二十一之假數二與十一相乘得二十二則以二之假數與十一之假數相加即為二十二之假數至於二十三二十九之類則不以乘除而得是為數根若夫五

一〇六	二〇二五三〇五八六六五二六
二	〇三〇一一〇二九九九五六六
五三	一七二四二七五八六九六〇

十三雖亦為數根然以五十三與二相乘則得一百零六前既得一〇六之假數則與一百之假數相加即為一百零六之假數內減二之假數即為五十三之假數由此類推數自繁衍而其不可以乘除而得者則又以累乘累除之法而得之詳見後要未有出於前九十九數之外者也

明對數之目用前所得九十九數求他假數法

之二

凡求假數其眞數有以累乘而得者則以假數累加之即得所求之假數

眞數	假數
二〇〇〇〇	四三〇一〇二九九九五六六
一〇三	〇〇一二八三七二二四七一
一〇〇五	〇〇〇二一六六〇六一七六
二〇七〇三	四三一六〇三三二八二一三

如二萬零七百零三為二萬與一〇三及一〇〇五累乘所得之數則以二萬之假數四三〇一〇二九九九五六六與一〇三之假數〇〇一二八三七二二四七一及一〇〇五之假數〇〇〇二一六六〇六一七六相加得四三一

二○○○○　　四二一六○三三二八二一三
　　　　　　四三○一○二九九九五六六
　　　　　　○○一五○○三二八六四七
一○三　　　○○一二八三七二二四七一
一○○五　　○○○二一六六○六一七六

六○三三二八二一三即為二萬零七百零三之假數若先有假數四三一六○三三二八二一三求真數則視假數內足減二萬之假數即以二萬之假數書於原假數下相減餘○○一五○○三二八六四七足減一○三之假數即以一○三之假數書於減餘之下相減餘○○○二一六六○六一七六與一○○五之假數恰合是知其假數為二

萬與一〇三及一〇〇五之三假數相加所得之數則其眞數即知為三眞數累乘所得之數矣乃以二萬與一〇三相乘得二萬零六百再以一〇〇五乘之得二萬零七百零三即為所求之眞數也

```
        二〇〇〇〇〇〇
                一〇三
       ───────────────
        六〇〇〇〇〇〇
      〇〇〇〇〇〇〇
     二〇〇〇〇〇
     ─────────────────
     二〇六〇〇〇〇〇〇
            一〇〇五
   ───────────────────
   一〇三〇〇〇〇〇〇
   〇〇〇〇〇〇〇〇
  〇〇〇〇〇〇〇〇
 二〇六〇〇〇〇〇
 ─────────────────────
 二〇七〇三〇〇〇〇〇〇〇
```

明對數之目用前所得九十九數求他假數法之三

凡求假數而不知其眞數為何數累乘而得者則以

所知前位之整數累除之除得累乘之真數則以其假數累加之即得所求之假數

如求二十三之假數而不知其為何數累乘而得但知二十之假數為一三〇一〇二九九九五六六則以二十三為實以二十為法除之得一一又以兩層所減數按位相加得二二即二十與一一相乘之數以之為法除原實二十三得一〇四又以兩層所減數按位相加

一〇〇五
二二八八
二三〇〇
二二八八
〇〇一二〇〇〇
一一四四〇
〇〇五六〇

一〇〇〇二
二二九九四四
二三〇〇〇〇
二二九九四四
〇〇〇〇五六〇〇〇〇
四五九八八八
一〇〇一一二

一〇〇〇〇四
二二九九八九九八八八
二三〇〇〇〇〇〇〇〇
二二九九八九九八八八
〇〇〇〇一〇〇一一二〇〇〇〇〇
九一九九五九九五五二
〇〇八一一六〇〇四四八

得二二八八即二二與一〇四相乘之數以之爲法除原實二十三得一〇〇五又以兩層所減數按位相加得二二九九四四即二二八八與一〇〇五相乘之數以之為法除原實二十三得一〇〇〇二又以兩層所減數按位相加得二二九九八九九八八八即二二九九四四與一〇〇〇二相乘之數以之為法除原實二十三得一〇〇〇〇四

一〇〇〇〇〇三
二二九九九九一八八四
二三〇〇〇〇〇〇〇〇
二二九九九九一八八四
〇〇〇〇〇〇八一一六〇〇〇〇〇〇
六八九九九七五六五二
一二一六〇二四三四八

一〇〇〇〇〇〇五
二二九九九九八七八四
二三〇〇〇〇〇〇〇〇
二二九九九九八七八四
〇〇〇〇〇〇一二一六〇〇〇〇〇〇〇
二一四九九九九三九二〇
〇〇六六〇〇〇六〇八〇

又以兩層所減數按位相加得二二九九九九一八八四（法止用十位故第十一位滿五以上者進一數用若不滿五則去之）即二二九九八九九八八八與一〇〇〇〇四相乘之數以之為法除原實二十三得一〇〇〇〇〇三

又以兩層所減數相加得二二九九九九八七八四即二二九九九九一八八四與一〇〇〇〇〇三相乘之數以之為法除原實二十三得一〇〇〇〇〇

一〇〇〇〇〇〇〇二
二二九九九九九三四
二三〇〇〇〇〇〇〇
二二九九九九九三四
〇〇〇〇〇〇〇六六〇〇〇〇〇〇〇〇
四五九九九九九六八
一〇〇〇〇〇〇一三二

一〇〇〇〇〇〇〇八
二二九九九九九八〇
二三〇〇〇〇〇〇〇
二二九九九九九八〇
〇〇〇〇〇〇〇二〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一八三九九九九九四〇
〇一六〇〇〇〇〇一六〇

〇五又以兩層所減數按位相加得二二九九九九九三四即二二九九九九八七八四與一〇〇〇〇〇〇五相乘之數以之為法除原實二十三得一〇〇〇〇〇〇〇二又以兩層所減數按位相加得二二九九九九九九八〇即二二九九九九九三四與一〇〇〇〇〇〇二相乘之數以之為法除原實二十三得一〇〇〇〇〇〇〇

一〇〇〇〇〇〇〇〇〇八
二二九九九九九九九八
二三〇〇〇〇〇〇〇〇
二二九九九九九九九八
〇〇〇〇〇〇〇〇〇二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一八三九九九九九九八四
〇一六〇〇〇〇〇〇一六

八又以兩層所減數按位相加得二二九九九九九九九八即二二九九九九九九八〇與一〇〇〇〇〇〇〇〇〇八相乘之數以之為法除原實二十三得一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇八是知二十三係二十與一一及一〇四一〇〇五一〇〇〇二一〇〇〇〇四一〇〇〇〇〇三一〇〇〇〇〇〇五一〇〇〇〇〇〇〇二一〇〇〇〇〇〇〇〇〇八

二〇　一三〇一〇二九九九五六六
一一　〇〇四一三九二六八五一六
一〇四　〇〇一七〇三三三三九三〇
一〇〇五　〇〇〇二一六六〇六一七六
一〇〇〇二　〇〇〇〇八六八五〇二一
一〇〇〇〇四　〇〇〇〇一七三七一四三
一〇〇〇〇〇三　〇〇〇〇〇一三〇二六
一〇〇〇〇〇〇五　〇〇〇〇〇〇二一七一五
一〇〇〇〇〇〇〇二　〇〇〇〇〇〇〇〇八六九
一〇〇〇〇〇〇〇〇八　〇〇〇〇〇〇〇〇〇三四七
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇八　〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三五
二三　一三六一七二七八三六〇六

一三六一七二七八三六〇六
二〇　一三〇一〇二九九九五六六
〇〇六〇六九七八四〇四〇
一一　〇〇四一三九二六八五一六
〇〇一九三〇五一五五二四

一〇〇〇〇〇〇〇〇〇八累乘所得之數乃以其各假數累加之得一三六一七二七八三六〇六即為二十三之假數也若先有假數一三六一七二七八三六〇六求眞數則視假數內足減二十之假數即以二十之假數書於原假數之下相減餘〇〇六〇六九七八四〇四〇足減一一之假數即以一一之假數書於減餘之下相減餘〇〇一

|〇〇一九三〇五一五五二四
一〇四 |〇〇一七〇三三三三九三〇
|〇〇〇二二七一八一五九四
一〇〇五 |〇〇〇二一六六〇六一七六
|〇〇〇〇一〇五七五四一八
一〇〇〇二 |〇〇〇〇〇八六八五〇二一
|〇〇〇〇〇一八九〇三九七

九三〇五一五五二四足減一〇四之假數即以一〇四之假數書於減餘之下相減餘〇〇〇二二七一八一五九四足減一〇〇五之假數即以一〇〇五之假數書於減餘之下相減餘〇〇〇〇一〇五七五四一八足減一〇〇〇二之假數即以一〇〇〇二之假數書於減餘之下相減餘〇〇〇〇〇一八九〇三九七足減一〇〇〇〇四之

	〇〇〇〇〇一八九〇三九七
一〇〇〇〇四	〇〇〇〇〇一七三七一四四
	〇〇〇〇〇〇一五三二五四
一〇〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇〇一三〇二八八
	〇〇〇〇〇〇〇二二九六六
一〇〇〇〇〇〇五	〇〇〇〇〇〇〇二一七一五
	〇〇〇〇〇〇〇〇一二五一

假數即以一〇〇〇〇四之假數書於減餘之下相減餘〇〇〇〇〇〇一五三二五四足減一〇〇〇〇〇三之假數即以一〇〇〇〇〇三之假數書於減餘之下相減餘〇〇〇〇〇〇〇二二九六六足減一〇〇〇〇〇〇五之假數即以一〇〇〇〇〇〇五之假數書於減餘之下相減餘〇〇〇〇〇〇〇〇一二五一足減一〇〇〇〇〇〇

〇〇〇〇〇〇〇〇一二五一
〇〇〇〇〇〇〇〇〇八六九
〇〇〇〇〇〇〇〇〇三八二
〇〇〇〇〇〇〇〇〇三四七
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三五
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三五
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

一〇〇〇〇〇〇〇二
一〇〇〇〇〇〇〇〇八
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇八

〇二之假數即以一〇〇〇〇〇〇〇二之假數書於減餘之下相減餘〇〇〇〇〇〇〇〇〇三八二足減一〇〇〇〇〇〇〇〇八之假數即以一〇〇〇〇〇〇〇〇八之假數書於減餘之下相減餘〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三五足減一〇〇〇〇〇〇〇〇〇八之假數即以一〇〇〇〇〇〇〇〇〇八之假數書於減餘之下相減恰盡是知

```
      一〇一
五六〇〇
五六八九
五六〇〇
〇〇八九〇〇
    五六〇〇
    三三〇〇
```

其假數為此十一假數累加所得之數而真數即為此十一真數累乘所得之數乃以此十一真數累乘之得二十三即為所求之真數也

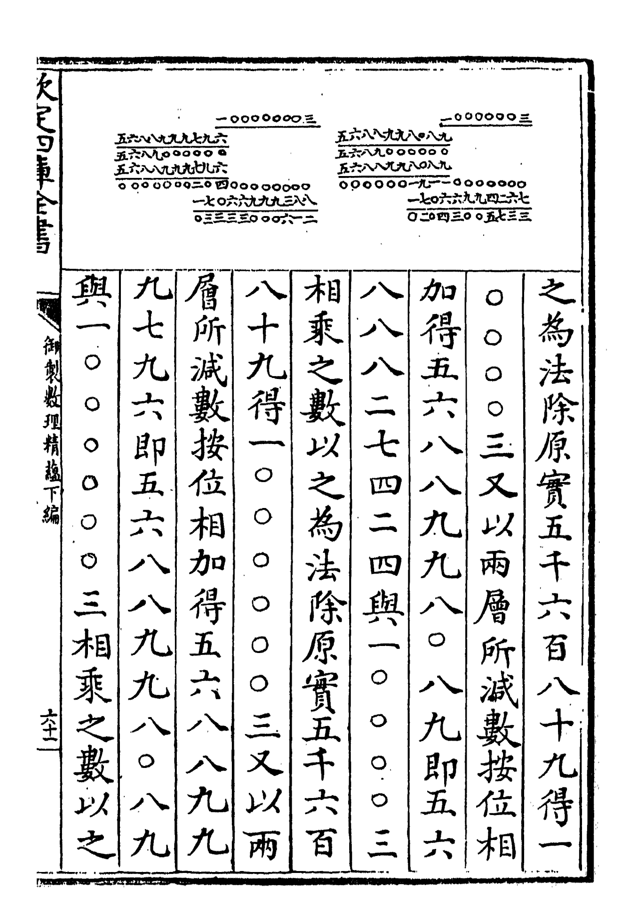
又如求五千六百八十九之假數而不知其為何數累乘而得但知五千六百之假數為三七四八一八八〇二七〇〇則以五千六百八十九為實以五千六百為法除之得一〇一又以兩層所

一〇〇五
五六五六
五六八九
五六五六
〇〇三三〇〇〇
二八二八〇
〇四七二〇

一〇〇〇八
五六八四二八
五六八九〇〇
五六八四二八
〇〇〇四七二〇〇〇〇
四五四七四二四
〇一七二五七六

一〇〇〇〇三
五六八八八二七四二四
五六八九〇〇〇〇〇〇
五六八八八二七四二四
〇〇〇〇一七二五七六〇〇〇〇〇
一七〇六六四八二二七二
〇〇一九一一一七七二八

減數按位相加得五六五六即五千六百與一〇一相乘之數以之為法除原實五千六百八十九得一〇〇五又以兩層所減數按位相加得五六八四二八即五六五六與一〇〇五相乘之數以之為法除原實五千六百八十九得一〇〇八又以兩層所減數按位相加得五六八八八二七四二四即五六八四二八與一〇〇〇八相乘之數以



之為法除原實五千六百八十九得一○○○○三又以兩層所減數按位相加得五六八八九九八○八九即五六八八八二七四二四與一○○○○三相乘之數以之為法除原實五千六百八十九得一○○○○○○三又以兩層所減數按位相加得五六八八九九九七九六即五六八八九九八○八九與一○○○○○○三相乘之數以之

一〇〇〇〇〇〇〇〇五
五六八八九九九九六七
五六八九〇〇〇〇〇〇
五六八八九九九九六七
〇〇〇〇〇〇〇〇三三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二八四四四九九九八三五
〇四五五五〇〇〇一六五

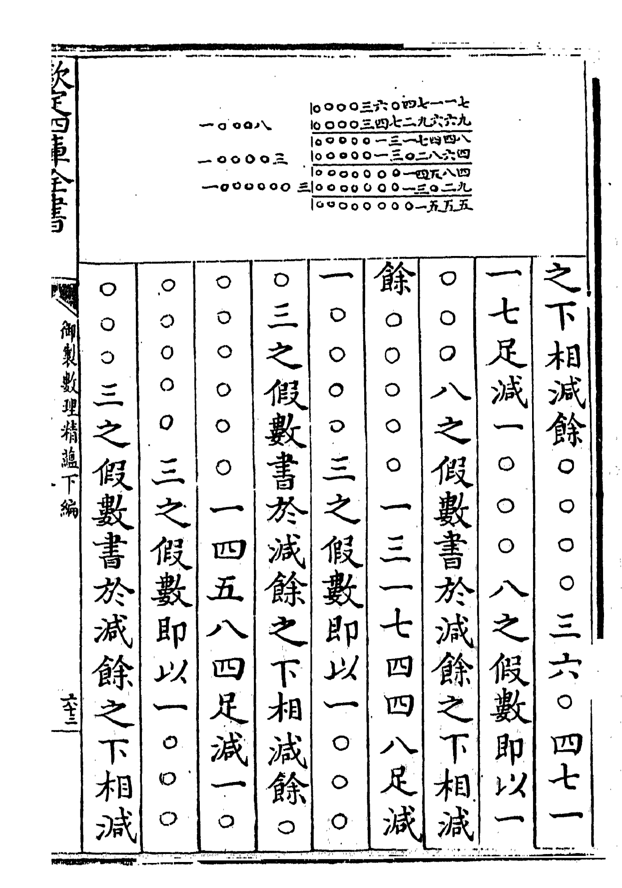
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇八
五六八八九九九九九五
五六八九〇〇〇〇〇〇
五六八八九九九九九五
〇〇〇〇〇〇〇〇〇五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
四五五一一九九九六〇
〇四四八八〇〇〇〇四〇

為法除原實五千六百八十九得一〇〇〇〇〇〇〇三又以兩層所減數挨位相加得五六八八九九九九六七即五六八八九九九七九六與一〇〇〇〇〇〇〇三相乘之數以之為法除原實五千六百八十九得一〇〇〇〇〇〇〇〇五又以兩層所減數挨位相加得五六八八九九九九九九五即五六八八九九九九九六七與一〇〇〇〇〇〇

○○五相乘之數以之為法除原實五千六百八十九得一○○○○○○○○○八是知五千六百八十九係五千六百與一○一及一○○五一○○○八一○○○○三一○○○○○○三一○○○○○○○三一○○○○○○○○五一○○○○○○○○○八累乘所得之數乃以其各假數累加之得三七五五○三五九三三七一即為

數	名
三七五五〇三五九三三七一	
三七四八一八八〇二七〇〇	五六〇〇
〇〇〇六八四七九〇六七一	
〇〇〇四三二一三七三七八	一〇一
〇〇〇二五二六五三二九三	
〇〇〇二一六六〇六一七六	一〇〇五
〇〇〇〇三六〇四七一一七	

五千六百八十九之假數也若先有假數三七五五〇三五九三三七一求真數則視假數内足減五千六百之假數即以五千六百之假數書於原假數之下相減餘〇〇〇六八四七九〇六七一足減一〇一之假數即以一〇一之假數書於減餘之下相減餘〇〇〇二五二六五三二九三足減一〇〇五之假數即以一〇〇五之假數書於減餘



之下相減餘〇〇〇〇三六〇四七一一七足減一〇〇〇八之假數即以一〇〇〇八之假數書於減餘之下相減餘〇〇〇〇〇一三一七四四八足減一〇〇〇〇三之假數即以一〇〇〇〇三之假數書於減餘之下相減餘〇〇〇〇〇〇一四五八四足減一〇〇〇〇〇三之假數即以一〇〇〇〇〇〇三之假數書於減餘之下相減

|〇〇〇〇〇〇〇〇一五五五
|〇〇〇〇〇〇〇〇一三〇三
|〇〇〇〇〇〇〇〇〇三五二
|〇〇〇〇〇〇〇〇〇二一七
|〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三五
|〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三五
|〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

一〇〇〇〇〇〇〇三
一〇〇〇〇〇〇〇〇五
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇八

餘〇〇〇〇〇〇〇〇一五五五足減一〇〇〇〇〇〇〇三之假數即以一〇〇〇〇〇〇〇三之假數書於減餘之下相減餘〇〇〇〇〇〇〇〇〇二五二足減一〇〇〇〇〇〇〇〇五之假數即以一〇〇〇〇〇〇〇〇五之假數書於減餘之下相減餘〇〇〇〇〇〇〇〇〇三五足減一〇〇〇〇〇〇〇〇〇八之假數即以一〇〇〇

〇〇〇〇〇〇八之假數書於減餘之下相減恰盡是知其假數為此九假數累加所得之數而真數即為此九真數累乘所得之數乃以此九真數累乘之得五千六百八十九即為所求之真數也

求八線對數

凡求八線之假數定半徑為一百億位數既多為用愈密且真數十一位則假數首位為一〇又取其便於用也先以正弦餘弦之真數求得假數復以正弦餘弦之假數加減之即得切線割線之假數

九〇一一六二七三六四六一

七一三六〇三五七三九九〇〇〇六

如一分之正弦為二九〇八八八二求其假數得六四六三七二六一一〇九又如六十度之正弦為八六六〇二五四〇三八求其假數得九九三七五三

九九三七五三〇六三一七
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一九九三七五三〇六三一七
九六九八九七〇〇〇四三
一〇二三八五六〇六二七四

〇六三一七如求六十度切線之假數則以六十度正弦之假數九九三七五三〇六三一七為二率半徑之假數一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為三率六十度餘弦之假數九六九八九七〇〇〇四三為一率二三率相加內減一率餘一〇二三八五六〇六二七四即六十度正切線之假數如求六十度割線之假數則以半徑之假數一〇〇〇〇

一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
九六九八九七〇〇〇四三
一〇三〇一〇二九九九五七

〇〇〇〇〇〇〇為二率又為三率六十度餘弦之假數九六九八九七〇〇〇四三為一率二率倍之內減一率餘一〇三〇一〇二九九九五七即六十度正割線之假數也

對數用法

設如一百二十三與四百五十六相乘問得幾何

一二三	二〇八九九〇五一一一四
四五六	二六五八九六四八四二七
五六〇八八	四七四八八六九九五四一

法以對數表之一二三之假數二〇八九九〇五一一一四與四五六之假數二六五八九六四八四二七相加得四七四八八六九九五四一乃查假數四七四八八六九九五四一所對之眞數得五六〇八八即五萬六千零八十八為相乘所得之數也

設如三千四百五十六與二千六百七十九相乘問得幾何

三四五六|三五三八五七三七三三八
二六七九|三四二七五七三七一三六
|六九六六五四六四四七四

法以對數表之三四五六之假數三五三八五七三七三三八與二六七九之假數三四二七九七二七一三六相加得六九六六五四六四四七四因對數表假數首位止於四眞數止於五位故將相加所得假數首位之六暫當四查假數四九六六五四六四四七四相近

九二五八七〇〇|六九六六五五〇〇一二三
九二五八六〇〇|六九六六五四五三二一六
一〇〇|〇〇〇〇〇〇四六九〇七
|六九六六五四六四四七四
九二五八六〇〇|六九六六五四五三二一六
二四|〇〇〇〇〇〇一一二五八

一率　四六九〇七
二率　一〇〇
三率　一一二五八
四率　二四

畧少者為四九六六五四五三二一六其相對之真數得九二五八六即為九二五八六〇〇（因假數首位多二數則真數必多二位）又以九二五八六〇〇之假數與九二五八七〇〇之假數相減餘四六九〇七為一率以九二五八六〇〇與九二五八七〇〇相減餘一〇〇為二率令相加所得之假數與九二五八六〇〇之假數相減餘一一二五八為三率得四

一率　四六九〇七
二率　一〇〇
三率　一一二五八
四率　二四

率二四即眞數九二五八六之後二位之數葢假數多四六九〇七則眞數多一百今假數多一一二五八則眞數應多二十四為比例四率也乃以所得二四與九二五八六〇〇相加得九二五八六二四即九百二十五萬八千六百二十四為相乘所得之數也大凡眞數二四位以後其假數之較相差無多故眞數即可與假數為比例若用前累乘

累除之法固為甚密然較之比例則難而得數則同此對數表所以止於五位也

三七四四|三五七三三三五八四〇一
一六|一二〇四一一九九八二七
二三四|二三六九二一五八五七四

設如三千七百四十四以十六除之問得幾何

法以對數表之三七四四之假數三五七三三五八四〇一內減一六之假數一二〇四一一九九八二七餘二三六九二一五八五七四乃查假數二三六九二一五八五七四所對之真數得

三三四即二百三十四為歸除所得之數也

設有米三十二石令一千零二十四人分之問每一人應得幾何

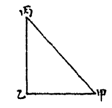
三二〇〇	三五〇五一四九九七八三
一〇二四	三〇一〇二九九九五六六
三一二五	〇四九四八五〇〇二一七

法以對數表之三二之假數首位加二為三五〇五一四九九七八三因法之假數大於實之假數故以實之假數加二即如以實之真數加兩空位也內減一〇二四之假數三〇一〇二九九九五六六餘〇四九四八五〇〇二一七

三二○○|三五○五一四九九七八三
一○二四|三○一○二九九九五六六
三一二五|○四九四八五○○二一七

因假數首位為○即知眞數應得單位其得數首位為升仍以假數首位加三查三四九四八五○○二一七所對之眞數得三一七五因眞數得四位故將假數首位作三查表若眞數求五位則將假數首位作四查表或五位後仍有餘數則用比例求之即三升一合二勺五撮為每人所應得之數也

設如甲乙丙直角形甲角五十度丙角四十度甲乙邊十二丈求丙乙邊丙甲邊各幾何



五〇〇〇	九八八四二五三九六六五
一二〇〇〇	四〇七九一八一二四六〇
	一三九六三四三五二一二五
四〇〇〇	九八〇八〇六七四九六七
一四三〇一	〇四一五五三六七七一五八

法以甲角五十度之正弦假數九八八四二五三九六六五與甲乙邊十二丈作一二〇〇〇之假數四〇七九一八一二四六〇相加得一三九六三四三五二一二五內減丙角四十度之正弦假數九八〇八〇六七四九六七餘四一五五三六七七一五八為丙乙邊之假數查假數相近所對之眞數得一四三〇一即一十四丈三尺零一分為丙乙邊也

九〇〇〇|一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一二〇〇〇|四〇七九一八一二四六〇
|一四〇七九一八一二四六〇
四〇〇〇|九八〇八〇六七四九六七
一八六六九|〇四二七一一一三七四九三

求丙甲邊則以乙角九十度之正弦假數一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇即半徑之數與甲乙邊十二丈之假數四〇七九一八一二四六〇相加得一四〇七九一八一二四六〇內減丙角四十度之正弦假數九八〇八〇六七四九六七餘四二七一一一三七四九三為丙甲邊之假數查假數相近所對之真數得一八六六九即一十八丈六尺六寸九

分為丙甲邊也

設如甲乙丙三角形甲角五十度甲乙邊十六丈甲丙邊十二丈問丙角乙角及乙丙邊各若干

法以甲乙邊十六丈與甲丙邊十二丈相加得二十八丈為邊總甲乙邊與甲丙邊相減餘四丈為邊較甲角五十度與一百八十度相減餘一百三十度折半為六十五度為半外角乃以邊較四丈作四。。之假數三六○二○五九九。。

四〇〇〇	三六〇二〇五九九九一三
六五〇〇	一〇三三一三二七四五二二
	一三九三三三八七四四三五
二八〇〇〇	四四四七一五八〇三一三
一七〇二	〇九四八六二二九四一二二

九一三與半外角六十五度之正切假數一〇三三一三二七四五二二相加得一三九三三三八七四四三五內減邊總二十八丈（作二八〇〇〇）之假數四四四七一五八〇三一三餘九四八六二二九四一二二為半較角正切之假數查正切假數相近所對之眞數得十七度二分為半較角與半外角相加得八十二度二分為對甲乙大邊之丙角與半

五〇〇〇|九八八四二五三九六六五
一六〇〇〇|四二〇四一一九九八二七
|一四〇八八三七三九四九二
八二〇二|九九九五七八八二〇九八
一二三七六|〇四〇九二五八五七三九四

外角六十五度相減餘四十七度五十八分為對甲丙小邊之乙角也又求丙乙邊則以五十度之正弦假數九八八四二五三九六六五與十六丈作一六〇〇〇之假數四二〇四一一九九八二七相加得一四〇八八三七三九四九二內減丙角八十二度二分之正弦假數九九九五七八八二〇九八餘四〇九二五八五七三九四為丙乙邊之假數查

假數相近所對之真數得一二三七六即一十二丈三尺七寸六分為丙乙邊也凡真數用加減然後比例者須以真數加減得數再查假數依法算之餘皆倣此

丙
乙
卯

設如六十四自乘問得幾何

法以對數表之六四之假數一八〇六一七九九七四〇用二因之得三六一二三五九九四八〇仍查假數所對之

眞數得四〇九六即四千零九十六為自乘所得之數也葢自乘兩數相同則其兩假數亦相同故二因之即如二假數相加也

六四|一八〇六一七九九七四〇
二
四〇九六|三六一二三五九九四八〇

設如正方面積三百六十一尺開平方問每一邊數幾何

法以對數表之三六一之假數二五五七五〇七二〇一九折半得一二七八七五三六〇〇九仍查假數所對之眞

數得一九即一十九尺為開平方所得每邊之數也葢正方面積之假數乃以每邊之假數加倍所得之數故折半即得每邊之假數對其眞數即得每邊之數也

三六一|二五五七五〇七〇二〇一九

一九|一二七八七五三六〇〇九

設如正方面積一百五十二萬二千七百五十六尺開平方問每一邊數幾何

法先以方積前五位一五二二七查得假數為四一八二六一四三四七七因

一五二二七|四一八二六一四三四七七
　　　　　|二
一五二二七○○|六一八二六一四三四七七

一五二二八○○|六一八二六四二八六八一
一五二二七○○|六一八二六一四三四七七
一○○|○○○○○二八五二○四

方積係七位今止查得五位仍餘二位故將假數首位之四加二得六一八二六一四三四七七即為一五二二七○○之假數又以一五二二七○○與一五二二八○○相減餘一○○為一率以一五二二七○○之假數與一五二二八○○之假數相減餘二八五二○四為二率方積之後二位數五六為三率得四率一五九七○四蓋眞數多一

一率　一〇〇
二率　二八五二〇四
三率　五六
四率　一五九七一四

一五二二七〇〇	六一八二六一四三四七七
五六	一五五七一四
一五二二七五六	六一八二六三〇三一九一
一二三四	三〇九一三一五一五九六

百則假數多二八五二〇四今眞數多五十六則假數應多一五九七一四為比例四率也乃以所得四率與一五二二七〇〇之假數相加得六一八二六三〇三一九一即為一五二二七五六之假數折半得三〇九一三一五一五九六仍查假數所對之眞數得一二三四即一千二百三十四尺為開平方所得每邊之數也

一五二二七〇〇|六一八二六一四三四七七

一二三四|三〇九一三〇七一七三八

又捷法以一五二二七之假數首位加二得六一八二六一四三四七七即為一五二二七〇〇之假數折半得三〇九一三〇七一七三八查假數相近畧大者蓋一五二二七〇〇之假數畧少於一五二二七五六之假數則其折半之假數亦必畧少於一二三四之假數亦取畧大者用之對其眞數得一二三四即為每邊之數也此法因方根止四位查表即得不用比例故以方積前五位查表後有幾位則假數

首位加幾數折半查假數相近者即可得之若方根過五位以上者須用比例則以方積查假數亦須用比例方得密合

設如正方面積一百五十二兆四千一百五十七億六千五百二十七萬九千三百八十四尺問每一邊數幾何

法以方積前五位一五二四一查得假數為四一八三〇一三四六三一因方

一五二四一|一四一八三〇一三四六三一
|一〇
一五二四一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇|一四一八三〇一三四六三一

一五二四二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇|一四一八三〇四一九五七三
一五二四一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇|一四一八三〇一三四六三一
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇|〇〇〇〇〇〇二八四九四二

積係十五位今止查得五位仍餘十位故將假數首位之四加十得一四一八三〇一三四六三一即為一五二四一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇之假數又以一五二四一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇與一五二四二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇相減截用六空位得一〇〇〇〇〇〇為一率以一五二四一之假數與一五二四二之假數相減餘二八四九四

一率	一〇〇〇〇〇〇
二率	二八四九四二
三率	五七六五二七
四率	一六四二七七

一五二四一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇 | 一四一八二〇一三四六三一
五七六五二七〇〇〇〇 | 一六四二七七
一五二四一五七六五二七九三八四 | 一四一八三〇二九八九〇八
| 七〇九一五一四九四九四

二為二率方積後十位數截用前六位得五七六五二七為三率因表中假數止於十一位則真數亦止須用十一位雖真數後再多幾位其假數前十一位亦相同故查表用五位比例用六位共為十一位得四率一六四二七七與一五二四一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇之假數相加得一四一八三〇二九八九〇八即為一五二四一五七六五二七〇〇〇〇之假數亦即同於一五二四一五七六五二七九三八四之

一二三四六〇〇〇|七〇九一五二六二七二六
一二三四五〇〇〇|七〇九一四九一〇九四三
一〇〇〇|〇〇〇〇〇三五一七八三

|七〇九一五一四九四五四
一二三四五〇〇〇|七〇九一四九一〇九四三
六七八|〇〇〇〇〇二三八五一一

假數折半得七〇九一五一四九四五四因假數首位為七即知眞數應得八位今對數表假數首位止於四眞數止於五位故將折半所得假數首位之七減去三得四〇九一五一四九四五四查假數相近畧少者為四〇九一四九一〇九四三對其眞數得一二三四五即為一二三四五〇〇〇因假數首位多三數則眞數進三位又以一二三四五〇〇〇之假數

一率　三五一七八三
二率　一〇〇〇
三率　二三八五一一
四率　六七八

與一二三四六〇〇〇之假數相減餘三五一七八三為一率以一二三四五〇〇〇與一二三四六〇〇〇相減餘一〇〇〇為二率令折半所餘之假數與一二三四五〇〇〇之假數相減餘二三八五一一為三率得四率六七八與一二三四五〇〇〇相加得一二三四五六七八即一千二百三十四萬五千六百七十八尺為開平方所得每一

邊之數也

設如勾二十七尺股三十六尺求弦若干

二七|一四三一三六三七六四二
七二九|二八六二七二七五二八四

三六|一五五六三○二五○○八
一二九六|三一一二六○五○○一六

法以對數表之二七之假數一四三一三六三七六四二倍之得二八六二七二七五二八四為勾自乘之假數仍查假數所對之眞數得七二九為勾自乘之眞數又以三六之假數一五五六三○二五○○八倍之得三一一二六○五○○一六為股自乘之假數仍查假

二〇二五|三三〇六四二五〇二七六
四五|一六五三二一二五一三八

數所對之眞數得一二九六為股自乘之眞數兩自乘之眞數相加（不以兩自乘之假數相加者蓋假數相加則是相乘故必對其眞數然後相加也）得二〇二五為弦自乘之眞數查其假數得三三〇六四二五〇二七六折半得一六五三二一二五一三八仍查假數所對之眞數得四五即四十五尺為開方所得之弦數也

設如三十六自乘再乘問得幾何

八○○五○二○三六五五一六三

三

四二○五七○九八六六四六五六六四

法以對數表之三六之假數一五五六六三○二五○○八用三因之得四六六八九○七五○二四仍查假數所對之眞數得四六六五六即四萬六千六百五十六為自乘再乘所得之數也葢自乘再乘係以方根乘二次則假數亦加二次故以方根之假數三因之即如以方根之假數加二次也其或位數多者依乘法之例推之

設如正方體積一萬三千八百二十四尺開立方問

每一邊數幾何

一三八二四|四一四○六三三七二五一
二四|一三八○二一一二四一七

法以對數表之一三八二四之假數四一四○六三三七二五一用三歸之得一三八○二一一二四一七仍查假數所對之眞數得二四即二十四尺為開立方所得每邊之數也蓋正方體積之假數乃以每邊之假數三因所得之數故三歸之即得每邊之假數對其眞數

即得每邊之數也其式位數多者依平方之例推之

設如方根一十六尺問三乘方積幾何

一六　一二〇四一一九九八二七
　　　四
六五五三六　四八一六四七九九三〇八

法以對數表之一六之假數一二〇四一一九九八二七用四因之得四八一六四七九九三〇八仍查假數所對之眞數得六五五三六即六萬五千五百三十六尺為三乘方之積數也葢三乘方係以方根乘三次則其假數亦加三

次故以方根之假數四因之即如以方根之假數加三次也其或位數多者亦依乘法之例推之

二〇七三六|四三一六七二四九六四二
一二|一〇七九一八一二四六〇

設如三乘方積二萬零七百三十六尺問方根幾何

法以對數表之二〇七三六之假數四三一二六七二四九八四二用四歸之得一〇七九一八一二四六〇仍查假數所對之眞數得一二即一十二尺為開三乘方所得方根之數也蓋三乘方積

方根	一
平方	二
立方	三
三乘	四
四乘	五

五乘	六
六乘	七
七乘	八
八乘	九
九乘	一〇

之假數乃以方根之假數四因所得之數故四歸之即得方根之假數對其眞數即得方根之數也其或位數多者亦依平方之例推之大凡開諸乘方之理亦皆由於連比例葢方根為連比例第一率平方積為第二率立方積為第三率三乘方積為第四率四乘方積為第五率五乘方積為第六率六乘方積為第七率七乘方積為第八率八乘方積

為第九率九乘方積為第十率與借根方比例定位表同以第一率方根之假數各以率數乘之即得各乘方積之假數而以各乘方積之假數各以率數除之亦即得第一率方根之假數故由三乘方而進之四乘方求積則用五因求根則用五歸五乘方求積則用六因求根則用六歸推之至於九乘方求積則用十因求根則用十歸即至於一百乘方則以方根

之假數用一百零一乘之即得方積之假數以方積之假數用一百零一除之即得方根之假數乘除之數愈繁愈見對數之易此對數之大用也